

NEGOCIACIÓN DE PORTAFOLIOS DE ACCIONES USANDO UN HÍBRIDO DE LAS META-HEURÍSTICAS BÚSQUEDA DISPERSA, RECOCIDO SIMULADO, Y BÚSQUEDA TABÚ*

JORGE HERNAN RESTREPO CORREA**
EDUARDO ARTURO CRUZ TREJOS***
PEDRO DANIEL MEDINA VARELA****
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

(Recibido: Marzo 20 de 2007- Aprobado: Mayo 30 de 2006)

Resumen

Este documento presenta una metodología para conformar portafolios de acciones. En él se expone la técnica usada para inferir precios partiendo de un proceso de preselección a través de un análisis fundamental, seguido de un análisis técnico, posteriormente, se proyectan los precios esperados con la simulación de Monte Carlo para cada acción, tomando cuatro posibles precios para cada uno de los días proyectados, luego se procede a la dinámica de negociación con la matriz de precios proyectados de las acciones de alta bursatilidad, con la aplicación de una meta heurística híbrida conformada por las meta-heurísticas de recocido simulado, búsqueda dispersa y búsqueda tabú, para determinar el volumen de cada una de las acciones en la solución robusta.

Palabras claves: Portafolios de acciones, meta heurísticas, búsqueda tabú, negociación.

STOCK PORTFOLIOS NEGOTIATIONS USING A PUT-HEURISTIC HYBRID OF THE DISPERSED SEARCH, SIMULATED, AND SEARCH TABOO

Abstract

This document shows a methodology to conform stock portfolios. It depicts the technique used to infer prices starting from a process of preselection through a basic analysis followed by a technic analysis, after this, the prices are projected waited with the simulation of Monte Carlo for every stock, taking four possible prices for each one of the projected days, then it is proceeded the dynamic of negotiation with the matriz of projected prices of the shares of high stock-market, with the application

* El presente artículo sintetiza los resultados de una investigación teórica realizada por los autores en forma independiente en el año 2005.
** Ingeniero Industrial y Magister en Investigación de Operaciones y Estadística. Profesor de la Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad Tecnológica de Pereira (Colombia). Director del grupo de Investigación Análisis Combinatorial. Correo electrónico: jhrestrepoco@utp.edu.co
*** Ingeniero Industrial y Magister en Administración Económica y Financiera. Profesor de la Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad Tecnológica de Pereira (Colombia). Director del grupo de Investigación Administración Económica y Financiera. Correo Electrónico: ecruz@utp.edu.co
**** Ingeniero Mecánico y Magister en Ingeniería Industrial de la Universidad de los Andes. Profesor de la Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad Tecnológica de Pereira (Colombia). Correo electrónico: pmedin@utp.edu.co

of a hybrid heuristic goal formed by the heuristic-goal of simulated annealing, scatter search and tabu search, to determine the volume of every one of the stocks in the robust solution.

Key words: Stock portfolios, tabu search, heuristic goal, negotiation, net present value

JEL: C15, C29, G11.

Cruz, E., Medina, P., & Restrepo, J. (2007). Negociación de portafolios de acciones usando un híbrido de las meta-heurísticas búsqueda dispersa, recocido simulado, y búsqueda tabú. *Revista Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Militar Nueva Granada*, (XV)1.

1 Introducción

El desarrollo tecnológico en equipos de computación y software han permitido la introducción de nuevos métodos de análisis y herramientas para la conformación y selección de portafolios de inversión en instrumentos de renta variable en el proceso de toma de decisiones financieras. Entre los métodos más difundidos se encuentran el análisis fundamental, análisis técnico, el modelo de activos de capital a precios de mercado (CAPM), el modelo de fijación de precios por arbitraje (APM) y el modelo de Markowitz. Estos métodos evalúan el riesgo y la rentabilidad de las carteras de inversión ya conformadas. El presente trabajo expone una metodología para la toma de decisiones en la negociación futura de inversiones en periodos proyectados de cinco días para maximizar la rentabilidad del portafolio de inversión (Superbancaria.gov.co 2004).

El objetivo del presente trabajo es proponer una metodología para la conformación de un portafolio de inversión en acciones de la bolsa de valores de Colombia a través de la negociación (movimiento diario de compra y venta) en el corto plazo procurando un excelente rendimiento.

Para validar el modelo se compara los volúmenes de las acciones obtenidos con los datos de las cotizaciones de las acciones presentados en la bolsa de valores de Colombia entre los días 21 y 25 de febrero de 2005 (Supervalores.gov.co, 2004).

2. Técnicas de análisis bursátiles

2.1 Análisis fundamental

El Análisis fundamental es el estudio de toda la información disponible en el mercado sobre el emisor del instrumento financiero y su entorno empresarial, financiero y económico con la finalidad de obtener su verdadero valor y así formular una recomendación de inversión. Este método recopila y analiza la información histórica pretendiendo anticipar el comportamiento futuro de un título que se cotiza y negocia en bolsa.

2.2 Análisis técnico

El análisis técnico de acciones pretende pronosticar las variaciones futuras de un instrumento bursátil basándose exclusivamente en la evolución de las cotizaciones a lo largo de un periodo de tiempo. Este estudio se realiza mediante el manejo de indicadores y gráficos que reflejan el precio de una acción y su volumen a través del tiempo, con el fin de determinar las tendencias futuras de los precios mediante el análisis de factores claves: el precio, el tiempo y el volumen de acciones negociadas. A partir de la información histórica de las variables precio, volumen de acciones transadas se pueden aplicar diferentes técnicas matemáticas y heurísticas para simular el comportamiento futuro de los títulos en el mercado y complementar los análisis fundamental y técnico. (Rodríguez, 2002, 84).

3. Teorías de Portafolio

Un portafolio en términos formales, es una colección de activos, tanto financieros (p. ej. Dinero, efectivo, bonos, acciones) como reales (por ejemplo, tierras, metales preciosos, edificaciones, obras de arte, energéticos) con características propias de plazo, rentabilidad y riesgo. Entre los modelos más utilizados tenemos el de Markowitz y el de mercado de Sharpe.

El modelo de Markowitz es un modelo de programación cuadrática, el cual tiene como condiciones de primer orden el aumento marginal en la varianza de invertir un poco más en un activo dado y debería ser proporcional al retorno esperado. Esta variación depende tanto de la varianza del retorno del activo, como de la covarianza del retorno de todos los demás activos del portafolio. Este modelo consiste en buscar aquella composición de la cartera que haga máxima la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo, o un mínimo de riesgo dada una rentabilidad. (Markowitz, 1952, 77-91).

El procedimiento planteado es el siguiente: Se toman los precios diarios promediados en cada ronda de negociación y se ponderan con el número de acciones negociadas (ver expresión 1). Donde, V_i es el volumen de acciones negociadas en la ronda "I", P_i es el precio de la acción en la ronda "I" y N es el número de rondas diarias de negociación de una acción.

$$(1) \text{ Precio Promedio Ponderado (PPP)} = \frac{\sum_{I=1}^N V_i P_i}{N \sum_{I=1}^N V_i}$$

Se calcula la variación diaria del precio de cada acción durante el lapso de tiempo considerado, ver expresión 2. Donde, PPP_T es el precio promedio ponderado en el día "T", PPP_{T-1} es el precio promedio ponderado en el día anterior a "T".

$$(2) \text{ Variación diaria (Var_día)} = \frac{PPP_T}{PPP_{T-1}} - 1$$

rendimiento diario

Se calcula la media (M), ver expresión 3, y la desviación estándar (S) de los rendimientos diarios, ver

expresión 4. Donde, N es el número de variaciones de precios diarios considerados.

$$(3) M = \frac{\sum_{I=1}^N Var_dia}{N}$$

$$(4) S = \sqrt{\frac{\sum_{I=1}^N (Var_dia - M)^2}{N - 1}}$$

Se calcula la covarianza (S_{XY}) de los rendimientos entre cada par de las acciones que conforman el portafolio con respecto a la media, la compensación de variaciones entre las acciones permite disminuir el riesgo del portafolio (Markowitz, 1952:77), Ver expresión 5. Donde, X_i es el precio de la acción "X" en el momento "I", Y_j es el precio de la acción "Y" en el momento "I" y M es la media de cada acción obtenida a partir de los precios promedio ponderados históricos.

$$(5) S_{XY} = \sqrt{\frac{\sum_{I=1}^N (X_i - M) * (Y_i - M)}{N - 1}}$$

Por último se establece la varianza del portafolio (S_p^2), ver expresión 6. Donde, N es el número de acciones que participan en el portafolio, S_2 es la varianza del rendimiento esperado de cada acción, K es la combinación de cada par de acciones, S_{XY} es la covarianza de los rendimientos esperados entre las acciones "X" y "Y".

$$(6) S_p^2 = \sum_{I=1}^N S^2 + 2 * \sum_{J=1}^K S_{XY}$$

El objetivo es entonces conformar un portafolio bien diversificado (acciones de diferentes sectores económicos) con un nivel de riesgo (S_p) menor que la suma de los riesgos individuales de las acciones que lo conforman como estrategia para disminuir el riesgo (Zapata, 1999: 2), ver expresión 7, en la que, I es la acción "I" y va desde 1 hasta N , N es el número de acciones del portafolio y SI es el riesgo (desviación estándar) de la acción "I".

$$(7) \quad S_p < \sum_{i=1}^N S_i$$

Por otro lado, tenemos el Modelo de Mercado de Sharpe (CAPM), creado en 1964, también es denominado modelo diagonal, debido a que la matriz de varianzas y covarianzas solo presenta valores diferentes de cero en la diagonal principal, es decir, en los lugares correspondientes a las varianzas de las rentabilidades de cada título. El modelo asume que el retorno sobre cada título está relacionado linealmente con un exponente único, que usualmente es asumido como el retorno sobre algunos exponentes de mercados (Sharpe, 1964, 425-442).

El modelo propone una medida de riesgo de un valor individual con respecto al mercado de valores, permite estimar el riesgo no diversificable (riesgo del mercado) de un activo financiero y compararlo con el riesgo de un portafolio. La ecuación desarrollada por Sharpe, Treymor, Mossin y Linter, ver expresión 8, contiene los siguientes elementos: $E(R_j)$ es el rendimiento esperado sobre el J-esimo activo riesgoso, R_f es la tasa de rendimiento sobre un activo libre de riesgo, $E(R_M)$ es el rendimiento esperado sobre la cartera del mercado, β_j es la Beta del J-esimo título y mide la sensibilidad de la acción J-esima con respecto a las variaciones del indicador del mercado bursátil referenciado.

$$(8) \quad E(R_j) = R_f + [E(R_M) - R_f] \beta_j$$

A partir de hay se origina la forma planteada en la expresión 9. Donde, COV es la covarianza de la rentabilidad del J-esimo título y el rendimiento del mercado y VAR es la Varianza del rendimiento esperado del mercado bursátil (Sharpe, 1964: 425).

$$(9) \quad \beta_j = \frac{COV(R_j, R_M)}{VAR(R_M)}$$

4. Técnicas metaheurísticas

La heurística se refiere a una técnica, método o procedimiento inteligente de realizar una tarea que no es producto de un riguroso análisis formal, sino de conocimiento experto sobre la tarea. En especial, se

usa el termino heurístico para referirse a un procedimiento que trata de aportar soluciones a un problema con un buen rendimiento, en lo referente a la calidad de las soluciones y a los recursos empleados. Las meta heurísticas son estrategias inteligentes para diseñar o mejorar procedimientos heurísticos muy generales con un alto rendimiento. El termino meta heurística apareció por primera vez en el artículo seminal sobre búsqueda tabú de Fred Glover en 1986. (<http://sensei.ieec.uned.es/cgi-bin>, 2003). A partir de entonces han surgido multitud de propuestas de pautas para diseñar buenos procedimientos para resolver ciertos problemas que, al ampliar su campo de aplicación, han adoptado la denominación de meta heurísticas. El Recocido Simulado (Simulated Annealing) es el exponente más importante de meta heurísticas donde la probabilidad de aceptación es una función exponencial del empeoramiento producido. (<http://sensei.ieec.uned.es/cgi-bin>, 2003).

La optimización de portafolios se ha trabajado en los últimos días intensamente con algunas meta heurísticas como es el Branch and Bound (Baharami, 2004), también la comparación de varias meta heurísticas (Algoritmo genético, Tabú Search, Recocido Simulado y Redes Neuronales) con respecto a la frontera eficiente de portafolios (Fernández, 2004). Los siguientes apartes se basan en los apuntes realizados por Díaz (1996).

4.1 El recorrido simulado

A principios de los ochenta, Kirkpatrick, estudiaba el diseño de circuitos eléctricos, y Cerny, investigaba el problema del agente viajero, encontraron de manera independiente que los problemas que tratados, dada su naturaleza combinatoria podían ser abordados a través de la aplicación del algoritmo de Metrópolis, y establecieron una analogía entre los parámetros que intervienen en la simulación termodinámica, y los métodos de optimización como se observa en el cuadro 1.

Como se puede apreciar, al concepto físico de temperatura no le correspondería un significado real en el campo de la optimización, sino que ha de ser considerado como un parámetro, T, que habrá que ir ajustando. De este manera se podría imaginar simi-

lares los procesos que ocurren cuando las moléculas de una sustancia van colocándose en los diferentes niveles energéticos buscando el equilibrio a una determinada temperatura, y los que ocurren en los procesos de minimización en optimización local (para la maximización sería semejante). En el primer paso, fijando la temperatura, la distribución de las partículas en los diferentes niveles sigue la distribución de Boltzmann, por lo que cuando una molécula se mueve, ese movimiento será aceptado en la simulación si la energía disminuye, o bien con una probabilidad

proporcional al factor de Boltzmann $(e^{\frac{-\text{delta}}{T}})$ en

caso contrario. Al hablar de optimización, fijado el parámetro T , se produce una perturbación, aceptando directamente la nueva solución cuando su costo disminuye, o bien con una probabilidad proporcional al factor de Boltzmann en caso contrario. Esto último es la clave del Recocido Simulado, ya que básicamente es una estrategia heurística de búsqueda local, en la cual la elección del nuevo elemento del entorno $N(s)$ se realiza aleatoriamente.

La estrategia que se sigue en el Recocido Simulado será partir de una temperatura alta (lo cual permite saltos a soluciones peores al inicio del proceso con el fin de evitar quedar atrapado en un óptimo local, cuando aún esta lejos del óptimo global), y posteriormente se va reduciendo la temperatura, disminuyendo la posibilidad de cambios a soluciones peores cuando ya se está más cerca al óptimo buscado. De este procedimiento proviene el nombre del Algoritmo Recocido Simulado, ya que el recocido es un proceso metalúrgico (usado por ejemplo para eliminar en el acero laminado en frío las tensiones internas adquiridas) mediante el cual se somete al material a un calentamiento rápido, para posteriormente dejarlo enfriar lenta y controladamente durante horas.

El algoritmo de recocido simulado podría representarse de la siguiente forma:

```
Input ( $T_o$ ,  $\alpha$ ,  $L$ ,  $T_f$ )
 $T \leftarrow T_o$ 
 $S_{\text{actual}} = \text{genera solución inicial}$ 
While  $T \geq T_f$  Do
    Begin
```

```
For  $\text{cont} \leftarrow 1$  to  $L(T)$  Do
    Begin
         $S_{\text{candidata}} \leftarrow \text{selecciona solución } N(S_{\text{actual}})$ 
         $\text{delta} = \text{Costo}(S_{\text{candidata}}) - \text{Costo}(S_{\text{actual}})$ 

        If  $((U(0,1) < e^{\frac{-\text{delta}}{T}}))$  or
            ( $\text{delta} < 0$ ) then  $S_{\text{actual}} \leftarrow S_{\text{candidata}}$ 
    End
     $T = \alpha(T)$ 
End
```

(Escribe como solución, la mejor de las S_{actual} Visitadas).

Es decir, se selecciona la temperatura inicial T_o , la velocidad de enfriamiento (o sea, la forma de cálculo α (idealmente se sugiere de 0.8 según Sunderesh Heragu (1977), del valor T_{i+1} a partir del T_i cuando se disminuye la temperatura tras haber estado $L(T)$ iteraciones en esa T), y la temperatura final T_f . Se genera una solución inicial perteneciente a los espacios de solución Ω y, mientras no se llegue al final del proceso, para cada T se calcula el número $L(T)$ de veces (antes de disminuir la temperatura) una solución que esté en el entorno $N(S_{\text{actual}})$ de la actual, la cual sustituirá a ésta bien si tiene menor costo, o

bien con una probabilidad $e^{\frac{-\text{delta}}{T}}$. Para el cálculo de

esta probabilidad se genera un número aleatorio uniforme $(0,1)$ que se compara con el factor de Boltzman. Finalmente la solución ofrecida será la mejor de todas las S_{actual} visitadas.

4.2 El algoritmo de búsqueda dispersa

Scatter Search(SS) es un método Metaheurístico basado en formulaciones y estrategias introducidas en la década de los sesenta, también es conocido como Búsqueda Dispersa. SS se fundamenta en combinar reglas de decisión, especialmente en problemas de secuenciación, así como la combinación de restricciones. El método opera sobre un conjunto de soluciones, llamado conjunto de referencia, combinando éstas para crear nuevas soluciones de modo que mejoren a las que las originaron. En este sentido se dice que el método es evolutivo. A diferencia de otros métodos evolutivos no está fundamentado en la aleato-

rización sobre un conjunto relativamente grande de soluciones sino en elecciones sistemáticas y estratégicas sobre un conjunto pequeño normalmente de 10 soluciones. SS se basa en el principio que la información sobre la calidad o el atractivo de un conjunto de reglas, restricciones o soluciones puede ser utilizado mediante la combinación de éstas en lugar de aisladamente.

Descripción del método:

El método se basa en combinar las soluciones que aparecen en el llamado conjunto de referencia. Este conjunto almacena las “buenas” soluciones que se han ido encontrando durante el proceso de búsqueda. Es importante destacar que el significado de buena no se restringe a la calidad de la solución, sino que también se considera la diversidad que ésta aporta al conjunto de referencia. SS consta básicamente de cinco elementos o métodos:

1. **Diversification Generation Method.** Un generador de soluciones diversas. El método se basa en generar un conjunto P de soluciones diversas (alrededor de 100), del que se extraen un conjunto pequeño (alrededor de 10) que denominamos conjunto de referencia RefSet.
2. **Improvement Method.** Un método de mejora. Típicamente se trata de un método de búsqueda local para mejorar las soluciones, tanto del conjunto P como las combinadas antes de estudiar su inclusión en el conjunto de referencia.
3. **Referente Set Update Method.** Un método para crear y actualizar el conjunto de referencia RefSet. A partir del conjunto de soluciones diversas P se extrae el conjunto de referencia según el criterio de contener soluciones de calidad y diferentes entre sí (Calidad y Diversidad).
 - *Creación.* Iniciamos el conjunto de referencia con las $b/2$ ($\text{RefSet}=b$) mejores soluciones de P. las $b/2$ restantes se extraen de P con el criterio de maximizar la mínima distancia (diversidad) con las ya incluidas en el conjunto de referencia.
 - *Actualización.* Las soluciones fruto de las combinaciones pueden entrar en el conjunto

to de referencia y reemplazar a alguna de las ya incluidas, en caso que las mejoren, así el conjunto de referencia mantiene un valor constante b pero el valor de sus soluciones va mejorando a lo largo de la búsqueda.

4. **Subset Generation Method.** Un método para generar subconjuntos de RefSet a los que se les aplicara el método de combinación. SS se basa en examinar de una forma bastante exhaustiva todas las combinaciones del RefSet.
5. **Solution Combination Method.** Un método de combinación. SS se basa en combinar todas las soluciones del conjunto de referencia. Para ello, se consideran los subconjuntos formados en el método del paso 4, y se les aplica el método de combinación. La solución o soluciones que se obtienen de esta combinación pueden ser inmediatamente introducidas en el conjunto de referencia (actualización dinámica) o almacenadas temporalmente en una lista hasta terminar de realizar todas las combinaciones y después ver que soluciones entran en éste (actualización estática).

El algoritmo de búsqueda dispersa podría representarse con la siguiente secuencia:

1. Start with $P = \emptyset$. Use the Diversification Generation Method to construct a solution x. If $x \notin P$ then add x to P (i.e., $P = P \cup \{x\}$), otherwise, discard x.
Repeat this step until $|P| = PSize$. Build RefSet = $\{x_1, \dots, x_b\}$ with b diverse solutions in P.
2. Evaluate the solutions in RefSet and order them according to their objective function value such that x_1 is the best solution and x_b the worst. Make NewSolutions = TRUE.
while {NewSolutions} do
3. Generate NewSubsets, which consists of all pairs of solutions in RefSet that include at least one new solution. Make NewSolutions = FALSE.
while (NewSubset $\neq \emptyset$) do
4. Select the next subset s in NewSubSets.
5. Apply the Solution Combination Method to s to obtain one or more new solutions x.

- ```
if (x is not in RefSet and $f(x) < fixb$) then
6. Make $x_h = x$ and reorder RefSet.
 1. Make NewSolutions = TRUE.
 end if
8. Delete s from NewSibsets.
 end while
end while
```

#### 4.3 El algoritmo búsqueda tabú (TS)

La Búsqueda Tabú (Tabú Search, por su traducción al inglés), es un procedimiento meta heurístico utilizado para guiar un algoritmo heurístico de búsqueda local para explorar el espacio de soluciones más allá de la simple optimalidad local. Una de las características más destacables de T.S. es el uso de memoria adaptativa y de estrategias especiales de resolución de problemas. Se basa en la explotación de de diversas estrategias inteligentes par la resolución de problemas, basadas en procedimientos de aprendizaje. El marco de la memoria adaptativa a la que se hace referencia explota la historia del proceso de resolución haciendo referencia a cuatro dimensiones principales, consistentes en la propiedad de ser reciente, en frecuencia, en calidad y en influencia.

La Búsqueda Tabú se basa en la premisa de que para poder calificar de inteligente la solución de un problema, debe incorporar memoria adaptativa y exploración sensible. Su filosofía principal es derivar y explotar una colección de estrategias inteligentes para la resolución de problemas basadas en procedimientos implícitos y explícitos de aprendizaje. El marco de memoria adaptativa también exige la creación de estructuras para hacer posible tal explotación. Las estructuras de memoria a las que se hace referencia funcionan mediante referencia a cuatro dimensiones principales, consistentes en la propiedad de ser reciente, en frecuencia, en calidad y en influencia. Estas dimensiones se fijan contra unos antecedentes de conectividad y estructuras lógicas.

El destacable éxito de la búsqueda tabú para resolver problemas de optimización (especialmente aquellos que surgen en aplicaciones del mundo real) ha causado una explosión de nuevas aplicaciones e híbridos con otros métodos heurísticos durante los últimos años y lo que se busca con el presente pro-

yecto es ampliar estas aplicaciones al mundo de las finanzas, más concretamente en la optimización de activos financieros en negociación de un portafolio de acciones que brinden el máximo de rentabilidad, con mayor liquidez y un mínimo de riesgo dentro de un universo de acciones transadas en bolsa al momento de la rueda, orientado al nivel táctico que simula diferentes escenarios que facilitan la toma de decisiones partiendo de la escogencia de un número de iteraciones ideal para encontrar el óptimo para la inversión.

Dada la complejidad de los diferentes problemas en los que tiene aplicabilidad el Tabú Search, se ilustraran los criterios globales para poner en práctica la metaheurística de referencia, haciendo, eso sí, la aclaración de que cada problema en particular tiene un grado de aplicabilidad y de flexibilización del planteamiento inicial del algoritmo dependiendo de las condiciones del problema a solucionar. A continuación se anexa el algoritmo de búsqueda tabú.

Como se había establecido antes para algunos problemas el algoritmo debe ser aplicado íntegramente, obviamente este tienen ciertas variantes dependiendo del caso en particular conduce a utilizar diferentes estrategias según se requiera. En algunos casos, para el problema planteado no se utilizarán la totalidad de las estrategias planteadas y se realizarán ciertas variantes al algoritmo original para adaptarlo a la situación de estudio.

#### 4.4 Algunos métodos alternativos de optimización

Los mercados de capitales han sido estudiados intensamente a lo largo de los tiempos, Los modelos de pronóstico, modelos de redes neuronales y modelos metaheurísticos como el algoritmo genético, la búsqueda tabú y el recocido simulado encuentran un terreno abonado para llevar a cabo su aplicación. La medición de la bondad de los diferentes métodos se realiza comparando la frontera eficiente del portafolio obtenido en cada caso frente a los niveles de acercamiento en el modelo de Markowitz. Al comparar los parámetros de rentabilidad y riesgo obtenidos el orden de precisión lo encabeza el Algoritmo genético, le sigue la búsqueda tabú y por ultimo el recocido simulado. Las redes neuronales mostraron un exce-

lente desempeño en la construcción de la frontera eficiente. (Fernández y Gómez, 2004:12).

Otro trabajo interesante es la evaluación de la eficiencia del recocido simulado frente al modelo cuadrático de Markowitz con excelentes resultados, al utilizar un heurístico que es su análogo en modelos determinísticos (Gilli y Kellezi, 2000: 1).

En Colombia se encuentra una amplia gama de publicaciones, entre las que vale la pena destacar el modelo de aproximación aplicado a la bolsa de valores de Colombia, en que se utilizan los números sintéticos para aprovechar la vecindad de los números y generar posibles valores de precios para establecer el volumen de acciones a ser negociadas para cada día en el corto plazo y obtener un volumen de acciones que maximice la ganancia sobre la inversión (Martínez, Restrepo y Velásquez: 35).

La investigación sobre la viabilidad y aplicabilidad de la teoría del portafolio en el caso colombiano, trabaja el tema desde el punto de vista del modelo de valuación de activos de capital donde se evalúa la hipótesis de los mercados eficientes a través de series de tiempos de varias canastas de acciones en diferentes plazos y diferentes niveles de diversificación. Entre las conclusiones de la investigación se llegó a la baja diversificación en el mercado debido al tamaño de la bolsa de valores de Colombia. (Duvoba, 2005: 241).

## 5. Desarrollo metodológico del híbrido de las metaheurísticas en la negociación del portafolio de acciones

El problema de negociación de acciones está sometido a las prácticas que se realizan en la bolsa de valores, allí se ha identificado que algunos problemas como:

- *El volumen de instrumentos financieros que se está dispuesto a comprar no es ofertado en el mercado.*
- *El lote de acciones que se pretende vender solo sea demandado parcialmente en el mercado.*
- *El precio del activo a adquirir sea más alto que el proyectado.*

- *El precio de venta de las acciones incluidas en el portafolio sea más bajo.*

En la realidad no se conoce la evolución del valor futuro del precio de la acción, se debe contar con diferentes escenarios de precios lo cual lo convierte en un problema de optimización bajo incertidumbre, donde la función objetivo es establecer el valor presente neto esperado del portafolio de inversión. La principal característica de la solución obtenida es la representación de una posición robusta para el inversionista, es decir, represente una buena inversión en la mayoría de los posibles precios que tomarían las acciones consideradas.

El método propuesto en este trabajo busca estructurar un proceso de decisión para la selección de portafolios en el corto plazo (cinco días de negociación). Para ello se realiza una combinación de simulación y técnica heurística para maximizar la rentabilidad de la inversión en condiciones de bajo nivel de riesgo.

La metodología propone las siguientes etapas:

- *Preseleccionar los instrumentos financieros que tienen la posibilidad de conformar el portafolio con base en el análisis fundamental y se complementa con el análisis técnico de cada acción.*
- *Pronosticar los precios de las acciones para los próximos cinco días con base en los precios históricos diarios del año anterior, realizando 1000 ensayos para cada acción y agrupando en cuatro precios posibles para cada uno de los cinco días a través de los cuartiles obtenidos con la simulación.*
- *Optimizar el portafolio a negociar determinando los volúmenes (compra-venta de acciones y comisiones) con el método híbrido de Recocido Simulado, búsqueda dispersa y búsqueda tabú.*
- *Simular el flujo de caja teniendo en cuenta el capital disponible, precios de acciones y comisiones.*
- *Realizar la negociación diaria durante los cinco días proyectados con los volúmenes determinados (número de acciones) con la metaheurística para cada uno de los días.*
- *Valorar la decisión con el método de Valor Presente Neto.*

- *Evaluar la decisión con los volúmenes de cada acción preestablecidos con los precios reales diarios en el mercado de valores. Ver figura 1: metodología propuesta.*

Para la selección de los instrumentos financieros se tomó inicialmente las acciones que mostraban los indicadores bursátiles de las acciones más favorables desde el punto de vista de rentabilidad, liquidez y riesgo con los precios promedios ponderados diarios desde Enero 2 de 2003, hasta 18 de Febrero de 2004 (ver figura 2). (internet: supervalores.gov.co, 2004).

El proceso de conformación del portafolio de inversiones esta basado en las expectativas que tiene el inversionista sobre la evolución de los precios de las alternativas de inversión que atraen su interés. Es fundamental un buen pronóstico que refleje el conjunto de posibles evoluciones que puede sufrir el precio de una acción a partir de su último valor conocido.

Para el proceso de desarrollo de los pronósticos de precio se utilizó el complemento para Excel Crystal Ball, para determinar el método de pronóstico que mejor describe la tendencia de los precios para cada una de las acciones. El procedimiento utilizado fue el siguiente:

- *Los precios se tratan como variables aleatorias*
- *Su comportamiento se puede describir mediante una función de distribución de probabilidad*
- *La función de distribución de probabilidad relaciona los valores que puede tomar la variable con sus respectivas probabilidades de ocurrencia.*
- *A través del complemento Cristal Ball® para Excel® se someten los datos a que se evalúen para diez y siete funciones de distribución de probabilidad más una función de distribución de probabilidades personalizada.*
- *Se aplica la función Fitness que permite establecer el tipo de función que más se ajusta.*
- *Se realiza la prueba Chi cuadrado para medir la bondad del ajuste y el resultado muestra las funciones de distribución de probabilidad ordenadas desde la mejor en forma descendente.*
- *Posteriormente, con la mejor función de distribución de probabilidad obtenida en el paso*

*anterior, para cada conjunto de precios de cada acción se realiza una simulación Montecarlo de 1000 ensayos, con los parámetros obtenidos para cada acción (media, varianza, desviación estándar), para proyectar los precios esperados para los próximos cinco días.*

- *Los resultado obtenidos con los mil ensayos de la simulación, se agrupan por cuartiles, es decir, se divide la función de distribución en cuatro intervalos de precios posibles para cada día, que representan las marcas de clase de cada rango.*
- *Las marcas de clase como representación de cada rango de precios para cada uno de los días de cada acción conforman la matriz de cinco filas (para el caso de cinco acciones ) con veinte columnas (cuatro precios por cada uno de los cinco días para cada acción) , son los datos que se toman para aplicar el híbrido de metaheurísticas.*

Como ejemplo ilustrativo se presenta el tratamiento para la acción de Banco de Bogotá, en este caso, el método de suavización exponencial resultó ser el mejor para la acción de Banco de Bogotá, de acuerdo a la prueba Chi cuadrado para medir la bondad del ajuste (ver figura 3).

Con base en los últimos precios, se calculan la rentabilidad esperada, la varianza y la desviación estándar para cada una de las acciones que pueden conformar el portafolio, se pasa a establecer los posibles precios que tomaría cada acción en cada día, se simuló cada valor esperado con mil ensayos usando el complemento Crystal Ball para la hoja electrónica de Excel® (ver figura 4).

Las proyecciones corresponden a posibles evoluciones del precio de cada acción en el futuro. Esto implica que debe entregarse al modelo una muestra representativa de las posibles evoluciones de precios obtenidos, en este caso se hizo a través de los cuartiles de los datos arrojados en la simulación (ver fig. 5).

De esta manera se dio inicio al proceso de optimización de portafolio. Con la matriz de precios obtenida de las posibles evoluciones de los precios de las acciones para cada uno de los próximos cinco días, se pretende encontrar una solución rentable para la mayoría de las posibles evoluciones del mercado,

asumiendo que cada una es equiprobable. La solución óptima buscada es el vector de volumen de cada acción para cada día del horizonte del portafolio que multiplicada por uno de los posibles precios maximice el valor para el inversionista. La evaluación se realiza a través del Valor Presente Neto (VPN) sujeta a una tasa de oportunidad como se aprecia en la ecuación 10 y 11, donde:  $P_j$ : son los precios de cada acción en cada día de la acción "j",  $P_s$ : Es el precio seleccionado en el día "i",  $A_i$ : número de acciones a negociar de cada acción en el día "i",  $L$ : El día de la negociación,  $P$ : El número de periodos (días) para evaluar el Valor Presente Neto,  $K$ : es la tasa de oportunidad del inversionista,  $C$ : es la comisión del

intermediario financiero,  $DL$ : Capital disponible para invertir en el día "L",  $V_i$ : Volumen de acciones de la empresa "i" consideradas como tope máximo, y  $T$ : Número de días considerados en la negociación de acciones.

$$(10) \text{ Función Objetivo: Máx. } \frac{(1-C)}{(1+k)^P} * \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_i P_j$$

(11) Sujeto a las siguientes restricciones:

$$\sum_{L=1}^T \sum_{i=1}^M A_i P_s \leq D_L, \text{ siendo } A_i \leq V_i, A_i \geq 0$$

### Reporte de proyeccion de datos de la acción de Banco de Bogotá

Pronostico

| Date      | Lower: 5%   | Forecast    | Upper: 95%  |
|-----------|-------------|-------------|-------------|
| Period 25 | 15523,12229 | 15750,27793 | 15977,43357 |
| Period 26 | 15436,10288 | 15673,58378 | 15911,06468 |
| Period 27 | 15348,10012 | 15596,88964 | 15845,67915 |
| Period 28 | 15258,9665  | 15520,19549 | 15781,42448 |
| Period 29 | 15168,52346 | 15443,50134 | 15718,47923 |

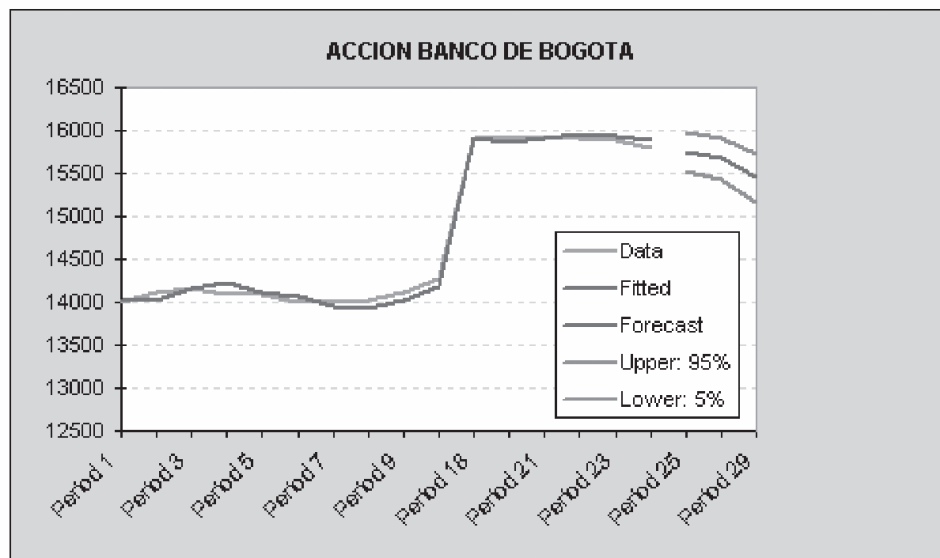


Figura 3. Pronóstico para cinco días de la acción del Banco de Bogotá

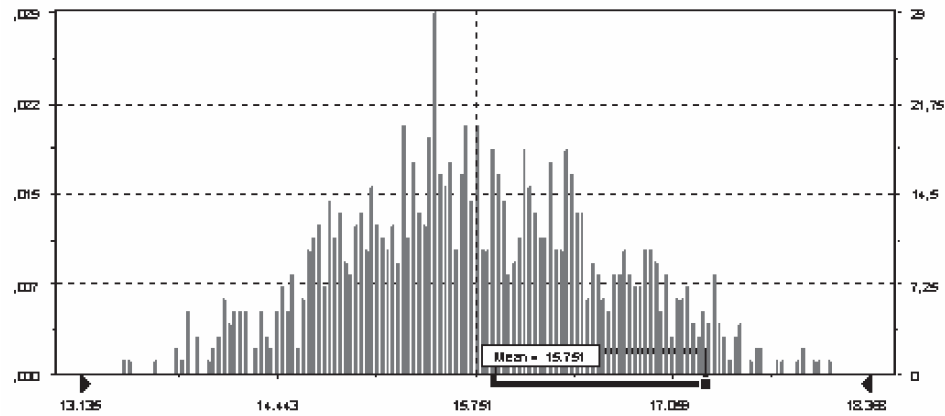


Figura 4. Simulación de precios esperados

|    | A                            | B         | C         | D            | E           | F          |
|----|------------------------------|-----------|-----------|--------------|-------------|------------|
| 1  |                              | BanBogota | Coltabaco | Suramericana | Bancolombia | Corfinsura |
| 2  | rentabilidad esperada diaria | 0,2032%   | 0,3888%   | 0,2788%      | 0,2900%     | 0,3995%    |
| 3  | varianza                     | 0,0178%   | 0,0583%   | 0,0458%      | 0,0359%     | 0,0573%    |
| 4  | riesgo                       | 1,3329%   | 2,4155%   | 2,1396%      | 1,8951%     | 2,3944%    |
| 5  | precios 18 feb 05            | 15.806,75 | 10.540,00 | 9.090,92     | 8.992,61    | 9.921,65   |
| 6  | Pronostico dia 1             |           |           |              |             |            |
| 7  | cuartil 25%                  | 15.790,00 | 10.526,26 | 9.064,96     | 8.975,18    | 9.903,08   |
| 8  | cuartil 50%                  | 15.837,00 | 10.585,40 | 9.115,36     | 9.018,38    | 9.965,68   |
| 9  | cuartil 75%                  | 15.889,00 | 10.648,46 | 9.165,41     | 9.062,44    | 10.020,03  |
| 10 | cuartil 100%                 | 15.944,00 | 10.709,29 | 9.214,24     | 9.104,47    | 10.081,27  |

Figura 5. Pronóstico de precios para el primer día.

De otro lado, el desarrollo del método híbrido basado en búsqueda locales inicio con la metaheurística de búsqueda dispersa ya que desde allí se hace la búsqueda exhaustiva, para cada día se evalúan los cuatro posibles precios para cada acción y la combinación de cada uno de los precios de cada acción con los demás precios de cada una de las acciones considerando una solución robusta (comprando al precio más alto y vendiendo al precio más bajo). También se incorporan estrategias de diversificación y se obtiene una lista de soluciones candidatas, las

que previamente están garantizadas bajo criterios de diversidad, factibilidad y calidad.

En el modelo se contemplan las variables de capital a invertir, la tasa de oportunidad del inversionista, la comisión de negociación del intermediario, la matriz de los precios esperados de las acciones para cada día. Entre los parámetros está la distancia para lograr una buena diversificación al correr el proceso de búsqueda inicial. Mediante perturbaciones o cambios aleatorios de pares se dan movimientos para cambiar

los volúmenes de las acciones y buscar nuevas soluciones candidatas susceptibles de estudio y se descartan las infactibles. En cada intercambio hay un valor de movimiento asociado con la función objetivo que evalúa en términos de valor presente neto.

Para explorar la memoria de la búsqueda tabú es clasificar un subconjunto de movimientos en un entorno como prohibidos o tabú. La clasificación depende de la historia de la búsqueda determinada mediante lo reciente o lo frecuente que ciertos componentes llamados atributos han participado en soluciones pasadas y recientes. La memoria de corto plazo tiene en cuenta los atributos de solución cambiados en el pasado reciente. Las restricciones tabú no son inviolables, se condicionan (criterios de aspiración) para darle flexibilidad a la búsqueda tabú.

Durante el desarrollo del método, en paralelo se lleva una lista de mejores soluciones, cada nueva mejor solución encontrada, la lista se actualiza y la ordena desde la mejor de las mejores hasta la peor de las mejores, así se conforma la lista elite. Sigue el proceso de intensificación relacionado con la estrategia de reanudar la búsqueda manteniendo el registro de calidad de estos entornos para seleccionar un nuevo conjunto elite, sin limitar la atención a tipos específicos de soluciones aplicando el path relinking.

El reencadenamiento de trayectorias o path relinking, proporciona una integración útil entre las estrategias de intensificación y diversificación. Este enfoque se fundamenta en explorar trayectorias que conectan soluciones elite para generar nuevas soluciones. Finalmente, una vez el camino este completo, se evalúa cada nuevo vector de volúmenes de acciones con la matriz de precios.

El modelo se programó en Microsoft Visual Basic® para Excel con los siguientes parámetros:

- Se simuló con un paquete de 5 acciones, con 4 precios para cada acción para cada día.
- La negociación se realizó para 6 días, teniendo en cuenta que en el último día vende las acciones que se posean, al mínimo precio.
- Se tomó como volumen máximo de acciones (ver cuadro 2), de acuerdo al disponible en este

caso 110 millones de pesos sobre el precio de la acción, y como mínimo, cero, en caso de no negociar la acción:

- Para el recorrido del modelo se tomaron los siguientes parámetros: Temperatura inicial = 5,
- Temperatura final=1,
- Tasa de enfriamiento= 0.99 y
- Número iteraciones por nivel de temperatura= 1. Con estos parámetros se observa que se cubre el espacio de soluciones para cinco acciones.

Finalmente la simulación de la negociación de acciones y flujo de caja se realizó siguiendo los siguientes pasos:

1. Definir días de negociación.
2. Aplicar algoritmo Recocido Simulado para buscar la relación de volumen-precio que maximiza el Valor Presente Neto (VPN).
3. Determinar el tipo de negociación (compra o venta).
  - 3.1 Si hay ventas, hacerlas primero para generar recursos (disponible). Calcular el disponible restando a la venta la comisión.
  - 3.2 Si hay compra, calcular el valor de la compra y la comisión y comparar con el disponible. Si el disponible cubre la compra y la comisión, comprar, de lo contrario determinar el número de acciones a comprar de tal manera que la negociación no supere el disponible.
4. Si los días de negociación no se han agotado repetir los pasos 2 y 3, de lo contrario ir al paso 5.
5. Vender todo, calcular el disponible y determinar VPN.

## 6. Resultados

Para obtener el plan de negociación para los próximos 5 días se elaboró un programa en Visual Basic para Excel®. Se realizaron 8 corridas variando los parámetros del Algoritmo Híbrido. En la el ANEXO 1 se exponen los resultados obtenidos para los 5 días en uno de los ensayos.

Para evaluar la propuesta de negociación determinada en el modelo se toman los precios reales de las acciones en el mercado bursátil con los volúmenes de compra - venta y el costo por comisión del 0.3% para cada operación. En la figura 8 se muestran los resultados obtenidos para una de las corridas del programa. Se tomó como capital inicial 110 millones de pesos para invertirlos en las 5 acciones establecidas y termina con un capital de \$102.550.862. ANEXO 1.

Todos los datos que se obtuvieron en el estudio son concluyentes solo para el grupo de acciones analizado y validos para los valores de precios que se dieron en el intervalo de tiempo tomado para este caso de estudio.

La aplicabilidad del modelo esta en determinar el volumen de acciones (número de acciones) a negociar para cada día y para cada acción, limitado por el disponible en caja con el propósito de maximizar el Valor Presente Neto. Los datos de entrada para el modelo son los posibles cuatro precios para cada día obtenidos en la simulación Montecarlo tomando los cuartiles, para este caso en particular. El modelo de negociación de acciones usando un híbrido de las metaheurísticas búsqueda dispersa, recocido simulado, y búsqueda tabú toma la matriz de precios obtenidos previamente a través de la simulación y determina el volumen de acciones para cada precio que lo conduzca a optimizar el Valor Presente Neto, teniendo en cuenta los criterios: el precio más bajo de cada acción en cada día para vender y el precio más alto de cada acción en cada día para comprar.

Los precios de las acciones en un mercado emergente como es el caso de Colombia que tienen una alta volatilidad hacen que el análisis combinatorial requiera más tiempo; en un procesador Pentium IV marca Intel, con memoria Ram de 512 Bytes demora 12 horas en promedio para hallar la solución.

## 7. Conclusiones y recomendaciones

El Algoritmo adaptado para resolver el problema de negociación de acciones con el criterio de comprar a los precios más altos y vender a los precios más

bajos robustece la conformación del portafolio, las soluciones de los volúmenes obtenidos en las diferentes corridas del programa evaluados al precio real de cada día de cada acción permitió obtener una rentabilidad en términos de valor presente neto superior al obtenido con el índice general de la bolsa de valores de Colombia en la mayoría de las veces. Como ejemplo se muestra un plan de inversiones evaluado con precios reales y se obtiene un valor presente neto de 102.550.862 sujeto a una tasa de oportunidad del inversionista del 0.005% diaria.

El modelo realizado en el presente trabajo excluye la influencia de variables externas que inciden en el mercado como son la tasa de interés libre de riesgo y el mercado de divisas entre otros. Para el desarrollo del modelo híbrido se parte del método expuesto por Markowitz que se fundamenta en el riesgo de los títulos individuales y la covarianza entre ellos.

Es recomendable comparar los resultados obtenidos con el algoritmo híbrido con las otras meta-Heurísticas para su evaluación en los mercados emergentes como es el caso de Colombia. El modelo se puede afinar más incluyendo los comportamientos del mercado de acuerdo al día, es decir, el movimiento bursátil del lunes es diferente al movimiento bursátil del viernes. Las fechas de distribución de dividendos también repercuten en el movimiento bursátil.

Dentro de las variables exógenas que se podrían considerar, esta la tasa de interés del mercado, la tasa de cambio, movimiento en el mercado forex, la diferencia horaria con otras bolsas de valores, entre otros y se recomendaría desarrollar una investigación bajo el modelo de la Línea de mercado de capitales y/o el modelo de los activos de capital a precios de mercado (CAPM).

## 8. Referencias

- Cruz, E. (2006) "Negociación de portafolios de acciones usando la meta-heurística Scatter Search". En: Ternura, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Volumen 19: páginas 93 a 107.
- Cruz, E. (2006b) "Negociación de portafolios de acciones usando la meta-heurística recocido simulado". En: scientia et technica, Universidad Tecnológica de Pereira, Volumen 30: páginas 301 a 306.

- Díaz, A., Golver, F., Ghaziri, H. (1996). Optimización Heurística y redes Neuronales, Edit. Paraninfo.
- Dubova, I. (2005) "La validación y aplicabilidad de la teoría de portafolio en el caso colombiano". En: Cuadernos de Administración, Pontificia Universidad Javeriana, Volumen 30 páginas 241-275.
- Fernández, A., Gómez, S. (2004), Portfolio Selection Using neural networks, Departament d' Enginyeria Informàtica i Matemàtiques, Universitat Rovira i Virgili.
- Gilli, M., Kellezi, E. (2000) "A heuristic Approach to portfolio optimization". En [http:// www.swiss-finance-institute.ch/rp201.pdf](http://www.swiss-finance-institute.ch/rp201.pdf) páginas 1-18.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. The Journal of Finance, Vol 1.
- Martínez, C., Restrepo, J. & Velásquez, J. (2004) "Selección de portafolios usando la simulación y optimización bajo incertidumbre". En: Dyna, Universidad Nacional de Colombia, año 71, Nro. 141: páginas 35-57.
- Rodríguez, M. (2002). ABC de acciones y bonos con Excel. Primera edición, grupo Omicrón System.
- Sharpe, F. (1964). Capital Asset prices: A theory of Market Equilibrium under conditions of risk. Vol (XIX) No. 3.
- Software Decisionering Cristal Ball Versión 7.1®.
- Software Microsoft Office 2000 Excel®.
- Superintendencia Bancaria (2004), <http://superbancaria.gov.co>.
- Superintendencia de Valores (2004), <http://supervalores.gov.co>.

## ANEXO 1

### Solución con precios reales

| DIA 1        | volúmenes de acciones |                |             |                 |
|--------------|-----------------------|----------------|-------------|-----------------|
| acción       | saldo inicial         | compra o venta | saldo final | precio simulado |
| BANCO BOGOTÁ | 0                     | 1226           | 1226        | 15944           |
| COLTABACO    | 0                     | 2086           | 2086        | 10709,29        |
| CORFINSURA   | 0                     | 2031           | 2031        | 9214,24         |
| BANCOLOMBIA  | 0                     | 2031           | 2031        | 9104,24         |
| SURAMERICANA | 0                     | 2031           | 2002        | 10081,27        |

| DIA 2        | volúmenes de acciones |                |             |                 |
|--------------|-----------------------|----------------|-------------|-----------------|
| acción       | saldo inicial         | compra o venta | saldo final | precio simulado |
| BANCO BOGOTÁ | 1226                  | 209            | 1435        | 15704,043       |
| COLTABACO    | 2086                  | 302            | 2388        | 10484,264       |
| CORFINSURA   | 2031                  | -1499          | 532         | 11052,877       |
| BANCOLOMBIA  | 2031                  | -668           | 1363        | 9002,1733       |
| SURAMERICANA | 2002                  | 363            | 2365        | 7605,9485       |

| DIA 3        | volúmenes de acciones |                |             |                 |
|--------------|-----------------------|----------------|-------------|-----------------|
| acción       | saldo inicial         | compra o venta | saldo final | precio simulado |
| BANCO BOGOTÁ | 1435                  | -1269          | 166         | 18072,086       |
| COLTABACO    | 2388                  | -262           | 2126        | 10357,857       |
| CORFINSURA   | 532                   | 1476           | 2008        | 8849,7832       |
| BANCOLOMBIA  | 1363                  | 3880           | 5243        | 8991,144        |
| SURAMERICANA | 2365                  | -1495          | 870         | 13323,558       |

| DIA 4        | volúmenes de acciones |                |             |                 |
|--------------|-----------------------|----------------|-------------|-----------------|
| acción       | saldo inicial         | compra o venta | saldo final | precio simulado |
| BANCO BOGOTÁ | 166                   | 151            | 317         | 18592,931       |
| COLTABACO    | 2126                  | -184           | 1942        | 11025,178       |
| CORFINSURA   | 2008                  | -1433          | 575         | 10705,517       |
| BANCOLOMBIA  | 5243                  | -4668          | 575         | 10656,039       |
| SURAMERICANA | 870                   | -295           | 575         | 12434,966       |

| DIA 5        | volúmenes de acciones |                |             |                 |
|--------------|-----------------------|----------------|-------------|-----------------|
| acción       | saldo inicial         | compra o venta | saldo final | precio simulado |
| BANCO BOGOTÁ | 317                   | 805            | 1122        | 18014,584       |
| COLTABACO    | 1942                  | 1276           | 3218        | 10957,395       |
| CORFINSURA   | 575                   | 1020           | 1595        | 10869,086       |
| BANCOLOMBIA  | 575                   | 1020           | 1595        | 10442,865       |
| SURAMERICANA | 575                   | 1020           | 1595        | 12558,051       |

Figura 7. Resultados de negociación con Recocido Simulado en Excel [8]

| CAPITAL INICIAL |             |                | 110.000.000     |
|-----------------|-------------|----------------|-----------------|
| DIA 1           | PRECIO REAL | VENTA ACCIONES | COMPRA ACCIONES |
| BANCO BOGOTÁ    | 15.995      | 0              | 1.226           |
| COLTABACO       | 10.540      | 0              | 2.086           |
| CORFINSURA      | 9.541       | 0              | 2.031           |
| BANCOLOMBIA     | 9.222       | 0              | 2.031           |
| SURAMERICANA    | 10.974      | 0              | 2.031           |
| VALOR A NEG     |             | 0              | 101.992.157     |
| COMISION        |             | 0              | 305.976         |
| DISPONIBLE      |             |                | 7.701.867       |

| SALDO INICIAL |             |                | 7.701.867       |
|---------------|-------------|----------------|-----------------|
| DIA 2         | PRECIO REAL | VENTA ACCIONES | COMPRA ACCIONES |
| BANCO BOGOTÁ  | 16.032      | 0              | 209             |
| COLTABACO     | 10.742      | 0              | 302             |
| CORFINSURA    | 9.939       | 1.499          | 0               |
| BANCOLOMBIA   | 9.393       | 668            | 0               |
| SURAMERICANA  | 11.146      | 0              | 363             |
| VALOR A NEG   |             | 21.173.085     | 10.640.770      |
| COMISION      |             | 63.519         | 31.922          |
| DISPONIBLE    |             |                | 18.138.740      |

| SALDO INICIAL |             |                | 18.138.740      |
|---------------|-------------|----------------|-----------------|
| DIA 3         | PRECIO REAL | VENTA ACCIONES | COMPRA ACCIONES |
| BANCO BOGOTÁ  | 16.039      | 1.269          | 0               |
| COLTABACO     | 10.718      | 262            | 0               |
| CORFINSURA    | 10.186      | 0              | 1.476           |
| BANCOLOMBIA   | 9.346       | 0              | 3.880           |
| SURAMERICANA  | 11.574      | 1.495          | 0               |
| VALOR A NEG   |             | 40.464.737     | 51.297.016      |
| COMISION      |             | 121.394        | 153.891         |
| DISPONIBLE    |             |                | 7.031.176       |

| SALDO INICIAL |             |                | 7.031.176       |
|---------------|-------------|----------------|-----------------|
| DIA 4         | PRECIO REAL | VENTA ACCIONES | COMPRA ACCIONES |
| BANCO BOGOTÁ  | 16.152      | 0              | 151             |
| COLTABACO     | 11.019      | 184            | 0               |
| CORFINSURA    | 10.910      | 1.433          | 0               |
| BANCOLOMBIA   | 9.451       | 4.668          | 0               |
| SURAMERICANA  | 11.957      | 295            | 0               |
| VALOR A NEG   |             | 65.306.109     | 2.438.952       |
| COMISION      |             | 195.918        | 7.317           |
| DISPONIBLE    |             |                | 69.695.098      |

*NEGOCIACIÓN DE PORTAFOLIOS DE ACCIONES USANDO UN HÍBRIDO DE LAS META-HEURÍSTICAS BÚSQUEDA DISPERSA,  
RECOCIDO SIMULADO, Y BÚSQUEDA TABÚ*

|               |             |                |                 |
|---------------|-------------|----------------|-----------------|
| SALDO INICIAL |             |                | 69.695.098      |
| DIA 5         | PRECIO REAL | VENTA ACCIONES | COMPRA ACCIONES |
| BANCO BOGOTÁ  | 15.980      | 0              | 805             |
| COLTABACO     | 10.806      | 0              | 1.276           |
| CORFINSURA    | 10.365      | 0              | 1.020           |
| BANCOLOMBIA   | 9.295       | 0              | 1.020           |
| SURAMERICANA  | 11.802      | 0              | 1.020           |
| VALOR A NEG   |             | 0              | 58.743.596      |
| COMISION      |             | 0              | 176.231         |
| DISPONIBLE    |             |                | 10.775.271      |

|                     |             |                |             |
|---------------------|-------------|----------------|-------------|
| SALDO INICIAL       |             |                | 10.775.271  |
| DIA 6               | PRECIO REAL | VENTA ACCIONES | VALOR       |
| BANCO BOGOTÁ        | 15.980      | 1.122          | 17.929.560  |
| COLTABACO           | 10.806      | 3.218          | 34.773.708  |
| CORFINSURA          | 10.365      | 1.595          | 16.532.175  |
| BANCOLOMBIA         | 9.295       | 1.595          | 14.825.525  |
| SURAMERICANA        | 11.802      | 1.595          | 18.824.190  |
| VALOR A NEG         |             |                | 102.885.158 |
| COMISION            |             |                | 308.655     |
| DISPONIBLE          |             |                | 102.576.503 |
| VALOR PRESENTE NETO |             |                | 102.550.862 |