



julio - diciembre ISSN: 1900-4699 · e-ISSN: 2500-5316 **pp. 63-7**0

DOI: https://doi.org/10.18359/rfcb.7052



Trayectoria del punto triple de una reflexión de onda de choque inestacionaria sobre pared recta*

Lucas Monaldi^a • Gabriel Matallana^b • Luis Felipe Gutiérrez Marcantoni^c • Sergio Elaskar^d

Resumen: Este es un estudio numérico sobre la trayectoria del punto triple que se produce como resultado de la interacción de una onda de choque con velocidad variable sobre una superficie recta, lo que genera un proceso de reflexión inestacionario. La onda de choque cilíndrica se produce a partir de una súbita liberación de energía. Se comparan los resultados numéricos con resultados teóricos pseudoestacionarios y datos experimentales. Las simulaciones se desarrollan utilizando el esquema de Kurganov, Noelle y Petrova (KNP), mediante el Solver rhoCentralFoam del *software* OpenFOAM. Se observa una correlación apropiada de los resultados obtenidos con la simulación, alcanzándose una correcta descripción de la evolución del proceso y observándose diferencias en la trayectoria cuando x>3,5 m.

Palabras clave: onda de choque; reflexión; punto triple; pierna de Mach 5

Cómo citar: Matallana, G., Monaldi, L., Gutiérrez Marcantoni, L. F., & Elaskar, S. (2024). Trayectoria del punto triple de una reflexión de onda de choque inestacionaria sobre pared recta. *Revista Facultad de Ciencias Básicas*, 18(2), 63–70. https://doi.org/10.18359/rfcb.7052

- * Artículo de investigación.
 - Financiado con los proyectos: PIP-CONICET-R67886, "Efectos de viento, explosiones y fuego en tanques de almacenamiento de combustible"; SECYT-UNC, "Desarrollo y aplicación de estudios teóricos, numéricos y códigos computacionales en mecánica de los fluidos e intermitencia caótica" y por "Análisis de la estructura del campo de flujo detrás de una explosión y su influencia en la convergencia hacia la solución de Sedov", de la Fundación Universitaria Los Libertadores.
- a Ingeniero aeronáutico, de la Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina. Correo electrónico: lucas.monaldi@unc.edu.ar; oRCID: https://orcid.org/0000-0001-8742-4073
- b Ingeniero aeronáutico, de la Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá, Colombia. Correo electrónico: gmatallanag@libertadores.edu.co; orcio: https://orcid.org/0009-0004-7511-2493
- c Doctor en Ciencias de la ingeniería. Magíster en Ciencias de la ingeniería. Ingeniero aeronáutico. Correo electrónico: luis.gutierrez@libertadores.edu.co; orciD: https://orcid.org/0000-0001-9514-3888
- **d** Doctor en Ciencias de la ingeniería. Ingeniero mecánico y aeronáutico, de la Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Argentina.
 - Correo electrónico: selaskar@unc.edu.ar; orciD: https://orcid.org/0000-0002-7250-0392

Trajectory of the Triple Point of an Unsteady Shock Wave Reflection on a Straight Wall

Abstract: This is a numerical study on the trajectory of the triple point that occurs as a result of the interaction of a shock wave with variable velocity on a straight surface, generating an unsteady reflection process. The cylindrical shock wave is produced from a sudden release of energy. Numerical results are compared with pseudo-stationary theoretical results and experimental data. Simulations are conducted using the Kurganov, Noelle, and Petrova (KNP) scheme, employing the rhoCentralFoam solver of the OpenFOAM software. A proper correlation of the obtained results with the simulation is observed, achieving a correct description of the process evolution and observing differences in the trajectory when x > 3.5 m.

Keywords: Shock Wave; Reflection; Triple Point; Mach 5

Trajetória do ponto triplo de uma reflexão de onda de choque não estacionária sobre parede reta

Resumo: Este é um estudo numérico sobre a trajetória do ponto triplo que ocorre como resultado da interação de uma onda de choque com velocidade variável sobre uma superfície reta, gerando um processo de reflexão não estacionário. A onda de choque cilíndrica é gerada a partir de uma liberação súbita de energia. Os resultados numéricos são comparados com resultados teóricos pseudoestacionários e dados experimentais. As simulações são realizadas utilizando o esquema de Kurganov, Noelle e Petrova (KNP), com o solucionador rhoCentralFoam do software OpenFOAM. Uma correlação adequada dos resultados com a simulação é observada, proporcionando uma descrição precisa da evolução do processo, com diferenças na trajetória observadas quando x > 3,5 m.

Palavras-chave: onda de choque; reflexão; ponto triplo; perna de Mach 5

Introducción

La reflexión de ondas de choque esféricas o cilíndricas sobre paredes rectas son un proceso inestacionario que no tiene una teoría analítica que lo describa [2, 1]. En los trabajos [6 y 7] se comprobó que el esquema de Kurganov, Noelle y Petrova (KNP), implementado en el Solver rhoCentralFoam del *software* OpenFoamTM [20], muestra una buena concordancia con resultados pseudoestacionarios para los valores de ángulo de reflexión $\theta_{\rm w}$ (menor al 5%) y número de Mach de la onda M_s (menor al 12%).

Sin embargo, la comparación con casos experimentales es algo más compleja. Dixon-Hiester et al. [12] investigaron experimentalmente la transición desde una reflexión regular (Regular Reflection) (RR) hacia una reflexión de Mach (Mach Reflection) (MR) y las características del flujo. En la primera década de los años 2000, Kleine et al. presentaron una investigación numérica y experimental del proceso de reflexión de una onda de choque inestacionaria sobre una pared recta, en el que en particular se estudia la posición del punto triple respecto a la pared donde refleja la onda. Sin embargo, encontraron diferencias significativas entre los resultados experimentales y numéricos. Pese a esto, los autores indican que una mejora en los instrumentos que permiten captar la pierna de Mach debería reducir las diferencias a valores más aceptables. Finalmente, un estudio del 2020 realizado por Ridoux et al. [14] presenta un modelo simplificado para simular la propagación de una blast wave en diferentes geometrías con un bajo costo computacional. También muestra diferentes comparaciones con resultados experimentales, incluyendo un caso de interés en el que se describe la reflexión de la onda sobre una pared recta.

El objetivo principal de este trabajo es evaluar la capacidad del esquema KNP para capturar la trayectoria del punto triple que se genera durante la reflexión de una onda de choque inestacionaria sobre una pared recta y mostrar cómo el esquema de cálculo cuenta con las capacidades para predecir las diferentes transiciones que se presentan durante el proceso de reflexión. En primer lugar, se comparan las simulaciones con los resultados pseudoestacionarios [2 y 19]. En segundo lugar, se compara la posición del punto triple con los resultados experimentales presentados en [14].

Ecuaciones de gobierno y descripción del esquema numérico

En las simulaciones aquí realizadas se utilizó el Solver rhoCentralFoam [11, 3], que utiliza una adaptación de los esquemas centrados introducidos por Kurganov [9, 10]. Dicha implementación ha mostrado ser de utilidad en la simulación de otros procesos de flujo de interés, obteniéndose simulaciones eficientes y resultados de adecuada calidad al ser aplicados a las ecuaciones de Euler:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{Fc}}{\partial x_i} = 0$$

En la que u es el vector de variables conservativas:

$$\mathbf{u} = [\rho, \rho U_1, \rho U_2, \rho U_3, \rho E]^T$$

F_c es el vector de flujos convectivos y difusivos, respectivamente:

$$F_{C} = \begin{vmatrix} \rho V_{n} \\ \rho U_{1}V_{n} + n_{1}p \\ \rho U_{2}V_{n} + n_{2}p \\ \rho U_{3}V_{n} + n_{3}p \\ \rho HV_{n} \end{vmatrix}$$

En el que $U = [U_1, U_2, U_3]^T$ es la velocidad, ρ la densidad, p la presión, H la entalpía total y V_n la velocidad contravariante¹.

Este sistema de cuatro ecuaciones de transporte (una asociada con la masa, dos al vector velocidad [en el caso bidimensional] y una a la energía) se debe avanzar en el tiempo para obtener la solución detallada, sobre todo el dominio de cálculo para cada instante considerado[8].

Para cerrar el sistema se utilizan las siguientes ecuaciones de estado calórica y térmica:

$$p = \rho RT$$

$$H = \int_{T_0}^{T} c_p dT + \frac{1}{2} ||U||^2 = E + \frac{p}{\rho}$$

En el que E es la energía total y c_p es el calor específico a presión constante. A continuación, se ofrece una descripción sucinta del esquema de

¹ La cual se define como la componente del campo de velocidad en la dirección normal a un elemento de superficie dS, es decir: $V_n = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}$

cálculo, que se conforma de una aproximación en volúmenes finitos centrada de segundo orden en el espacio, en la cual, para el avance temporal, se utiliza el esquema de Euler hacia adelante, por lo que resulta de primer orden en el tiempo. Entonces, la obtención de resultados de adecuada precisión requiere que la condición CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) se limite a un valor máximo de 0,5. El sistema descrito en la Ecuación 1, al ser discretizado sobre un volumen finito, resulta en lo siguiente:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{v} u dV + \sum_{f} \phi_{f} u_{f} = 0$$

El esquema de Kurganov, Noelle y Petrova para mallas no estructuradas es este:

$$\sum_{f} \phi_{f} u_{f} = \sum_{f} \left[\alpha_{+} \phi_{f+} u_{f+} + \alpha_{-} \phi_{f-} u_{f-} + \omega_{f} (u_{f-} - u_{f+}) \right]$$

En el que el primero y segundo término corresponden a los flujos numéricos en las direcciones positiva y negativa; estos involucran un factor $\alpha\pm$ que define el grado de *upwinding* del esquema, el cual se determina teniendo en cuenta las velocidades de propagación locales de las discontinuidades presentes en el campo de flujo [11]. El último término le agrega al esquema un flujo difusivo (ω_f) que solo se requiere cuando el término convectivo discretizado hace parte de una derivada substancial. En el esquema KNP (Kurganov-Noelle y Petrova) los factores $\alpha\pm$ y ω_f están dados por lo siguiente:

$$\omega f = \zeta f + \zeta f - (\zeta f + \zeta f -)^{-1}$$
$$\alpha \pm = \zeta f \pm (\zeta f + \zeta f -)^{-1}$$

En el que $\zeta_f \pm$ son flujos volumétricos locales que se determinan en función de las velocidades de propagación de las discontinuidades en las interfaces:

$$\zeta_{f+} = \max(c_{f+}S_f + \phi_{f+}, c_{f-}S_f + \phi_{f-}, 0)$$

 $\zeta_{f-} = \max(c_{f+}S_f - \phi_{f+}, c_{f-}S_f - \phi_{f-}, 0).$

Aquí $c_f \pm = \sqrt{\gamma R T_{f\pm}}$ es la velocidad de propagación local del sonido en la dirección entrante y saliente de la interfaz. Mientras que $\alpha \pm$ se construye con un cierto grado de *upwiding* basado en las velocidades locales de propagación, ω_f se define en términos de la máxima velocidad de propagación de las discontinuidades que pueden existir en la cara del volumen finito. Dado que el avance en

el tiempo se realiza con el método de Euler hacia adelante, para garantizar la estabilidad, el CFL se limita a valores inferiores a 0,5, con lo cual se garantiza convergencia en las transiciones [6]. Para las reconstrucciones no se emplea ninguna función limitadora.

Naturaleza del punto triple

La formación del punto triple se produce tanto en flujo estacionario como pseudoestacionario, cuando una onda de choque rebota sobre una pared y el ángulo incidente supera al crítico [1]. El punto triple se ubica por encima de la superficie reflectante. Allí confluyen cuatro discontinuidades que se muestran en la figura 1a [2]: la onda incidente, la onda reflejada, la pierna de Mach (que une el punto de reflexión R con el punto triple) y una superficie de deslizamiento (slipstream) [4]. Esta superficie de deslizamiento presenta dos condiciones: la presión es la misma a través de ella, y las velocidades a cada lado son tangentes. Estas dos restricciones son la base para el análisis de cualquier punto triple. Una gran cantidad de trabajos han estudiado la naturaleza y trayectoria que sigue el punto triple durante una reflexión [15, 16, 17]. Desde un punto de vista práctico, la altura del punto triple y, en consecuencia, el tamaño de la pierna de Mach, pueden ser importantes en el diseño de entradas supersónicas, si se espera tener una reflexión de Mach durante dicho proceso [18].

Simulaciones numéricas

A continuación, se presentan resultados de un análisis de sensibilidad de malla y paso de tiempo. A su vez, se discuten brevemente el caso planteado y las condiciones de borde empleadas en la simulación. Finalmente se comparan los resultados numéricos con los teóricos y experimentales. En el trabajo [6] se presentan detalles sobre estos análisis y la comparación con otros resultados relevantes.

Descripción del caso de estudio

La figura 1b muestra esquemáticamente el caso en el que HOB (*height of burst*) por sus siglas en inglés) es la distancia a la pared desde la cual se libera la energía. Por fuera de la explosión, tanto la presión

como la densidad tienen valores ambientes, mientras que la energía liberada por la explosión es equivalente a 1,1936 kg de TNT ($E_{oi}=4,996~\text{MJ}$), para la comparación con los resultados pseudoestacionarios [19], y de 1 kg de TNT para los resultados experimentales [14]. A su vez, el radio inicial de la explosión es R(0)=10~cm y la presión dentro de la misma se calcula como sigue:

$$p_{0i} = \frac{3(\gamma - 1)E_{0i}}{(\beta + 1)\pi R(0)^{\beta}}$$

En el que $\beta=2$ para explosiones cilíndricas, $\beta=3$ para explosiones esféricas, γ el coeficiente adiabático ($\gamma=1,4$ para el aire) y E_{oi} es la energía inicial liberada [21].

Como se simula 1/4 del dominio gracias a la simetría del problema, se emplea la condición de borde *symmetryPlane* en el borde izquierdo e inferior. Como el flujo supersónico está garantizado luego del pasaje de la *blast wave*, se selecciona una condición de borde extrapolada en el borde derecho y superior. Entonces, se impone la condición *zeroGradient* para la presión y temperatura, y la condición de *fixedValue* igual a cero para el borde derecho en la velocidad [20].

El análisis de convergencia de malla mostró que la diferencia entre los resultados numéricos y pseudoestacionarios decae conforme se aumenta el número de elementos. Un balance adecuado entre sensibilidad de malla y tiempo de CPU se obtiene con una malla con 1 400 000 (800 × 1800) elementos. De igual forma, se realiza un análisis de

sensibilidad de paso de tiempo en el que se fija un valor de CFL máximo, y el *software* calcula automáticamente el paso de tiempo Δt [5].

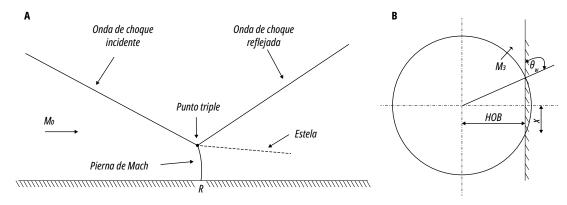
Comparación con los resultados pseudoestacionarios

De acuerdo con los resultados teóricos de [19], cuando нов = 0,8 m se producen las tres transiciones: RR ⇄ DMR ⇄ TMR ⇄ SMR. Ninguna de estas son instantáneas, pero sí ocurren en muy cortos periodos de tiempo. Otros valores de нов se estudian en [6, 13]. Los criterios para cada una de las transiciones se presentan en el libro de Gabi Ben-Dor [2].

La primera transición RR \rightleftarrows DMR ocurre aproximadamente en t \approx 50 µs y existe una diferencia del 17% entre el resultado numérico y el teórico. A medida que la onda de choque continúa colisionando con la pared ocurre la segunda transición DMR \rightleftarrows TMR y la diferencia crece al 30%. Finalmente, la última transición TMR \rightleftarrows SMR ocurre aproximadamente en t \approx 950 µs, en la que las discrepancias se mantienen cercanas al 35%.

El análisis debe considerarse de manera descriptiva, dado que los resultados pseudoestacionarios no pueden aplicarse directamente a un flujo inestacionario. Sin embargo, para los casos simulados en este trabajo y en [6], la velocidad de la onda de choque en la superficie recta cambia hasta un 12% desde que se inicia la colisión hasta la última transición. Es por ello que los resultados

Figura 1. (a) Ilustración esquemática de la configuración de ondas de una Mach reflection. (b) Ilustración de la onda de choque propagándose y reflejando en una pared recta



Fuente: ambas figuras fueron adaptadas de [2].

pseudoestacionarios pueden aproximarse a los inestacionarios.

Evolución del proceso de reflexión

A continuación, se presentan resultados de la simulación numérica bidimensional en términos de un *schlieren* numérico de la densidad, que permite observar la evolución del proceso y las diferentes transiciones. Es importante mencionar que lo aquí presentado evidencia lo descrito en la sección anterior, en cuanto a los instantes en los que se detecta el inicio de las diferentes transiciones.

Comparación con resultados experimentales

Se presenta a continuación la comparación entre los resultados numéricos de OpenfoamTM y los resultados experimentales de [14]. Ridoux *et al.*,

estudiaron las dinámicas de la propagación de una onda de choque (*blast wave*) y sus interacciones con superficies rectas, a la vez que presentaron resultados experimentales sobre la trayectoria del punto triple.

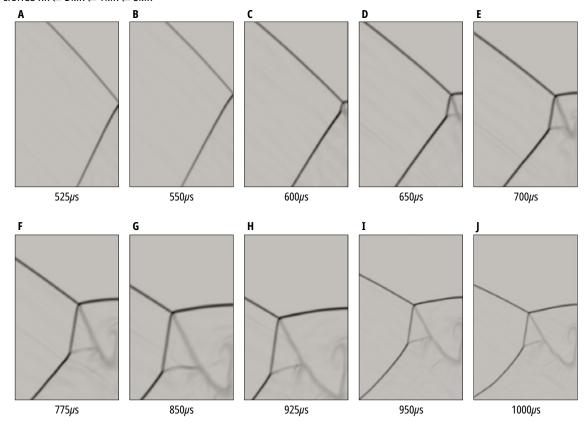
La figura 3 muestra los resultados obtenidos para una explosión de 1 kg de TNT (E_{0i} = 4,186 MJ) a un HOB = 1,59 m. Igual que las comparaciones con los resultados pseudoestacionarios, una malla de 1 400 000 (800 × 1800) elementos se utiliza en la simulación. Los puntos negros representan los datos experimentales y las cruces azules los resultados numéricos. Luego de la transición RR \rightleftarrows DMR, que se predice con buena precisión por la simulación numérica, la diferencia entre los resultados numéricos y experimentales aumenta hasta un 10% (en x \approx 4 m), a un máximo de 25% (en x \approx 4,5 m). Estas diferencias parecen aumentar a medida que la reflexión continúa.

Figura 2. Detalle en la proximidad de la zona de reflexión de diferentes instantes en los que se aprecian las transiciones RR

□ DMR

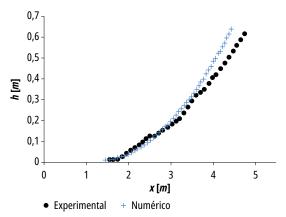
□ TMR

□ SMR



Fuente: imagen elaborada por los autores a partir de datos propios

Figura 3. Comparación de la trayectoria del punto triple entre los experimentos de [14] y las simulaciones numéricas con OpenFOAMTM. Los puntos negros representan los resultados experimentales, y las cruces azules, los numéricos



Fuente: datos numéricos obtenidos a partir de simulaciones desarrolladas por los autores; datos experimentales extraídos de [14].

Conclusiones

Las comparaciones con los resultados pseudoestacionario de [19] y experimentales [14] muestran que el esquema KNP implementado en el Solver *rhoCentralFoam* del *software* OpenFoamTM presenta discrepancias en la predicción de la posición del punto triple durante la reflexión de una onda de choque sobre una pared recta. También hay diferencias con los resultados teóricos, que están entre el 17% y 35%, aumentando las discrepancias una vez la onda ha impactado sobre la superficie y continúa su desplazamiento sobre la pared.

Diferencias algo menores (del 10% al 20%) se observan en la comparación con los resultados experimentales, siendo mayores las diferencias cuando sucede la transición RR ⇄ IR. No obstante, se debe remarcar que, si bien se encuentran discrepancias, la tendencia de la curva que representa el desplazamiento del punto triple coincide bastante bien con los datos experimentales disponibles.

Es importante, además, resaltar que, a pesar de las discrepancias encontradas respecto a la posición del punto triple, el proceso físico descrito por la teoría respecto al orden en el que deben suceder las diferentes reflexiones: RR \rightleftarrows DMR \rightleftarrows TMR \rightleftarrows SMR, se reflejó correctamente en las figuras *schlieren* presentadas.

Agradecimientos

Los autores agradecen al doctor José Tamagno por sus enseñanzas y consejos siempre oportunos.

Referencias

- [1] C. E. Needham, *Blast Waves*. Vol. 402, New York: Springer, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-65382-2
- [2] G. Ben-Dor, *Shock Wave Reflection Phenomena*, 2nd. Ed.; Berlín: Springer, 2007.
- [3] H. Zhang, M. Zhao y Z. Huang, "Large Eddy Simulation Of Turbulent Supersonic Hydrogen Flames With Openfoam", *Fuel*, 282, pp. 118812, 2020, DOI: 10.1016/j.fuel.2020.118812
- [4] P. Nielsen, "Validation Of Rhocentralfoam For Engineering Applications of Under-Expanded Impinging Free Jets", The University of Western Ontario (Canada), 2019.
- [5] L. F. Gutiérrez Marcantoni, J. P. Tamagno y S. A. Elaskar, "High Speed Flow Simulation Using Openfoam", *Mecánica Computacional*, vol. 31, no. 16, pp. 2939-2959, 2012.
- [6] L. Monaldi, L. F. Gutiérrez Marcantoni y S. Elaskar, "OpenFOAMTM Simulation of the Shock Wave Reflection in Unsteady Flow", *Symmetry*, vol. 14, p. 2048, 2022. DOI: 10.3390/sym14102048
- [7] L. Monaldi, L. F. Gutiérrez Marcantoni y S. Elaskar, "Reflexio'n de Onda de Choque inestacionaria en 2D sobre pared recta empleando OpenFOAM", MACI, vol. 14, p. 2048, 2022.
- [8] C. M. Hung, "Definition Of Contravarinat Velocity Components", In 3rd Theoretical Fluid Mechanics Meeting, p. 3202.
- [9] A. Kurganov y E. Tadmor, "New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection- diffusion equations", *J. Comput. Phys.*, vol. 160, pp. 241-282, 2000. https://doi.org/10.1006/ jcph.2000.6459
- [10] A. Kurganov, S. Noelle y G. Petrova, "Semidiscrete central-upwind schemes for hyperbolic conservation laws and Hamilton-Jacobi equations", SIAM J. SCI. Comput., Vol. 23, pp. 707-740, 2000, DOI: 10.1137/ S1064827500373413
- [11] C. Greenshields, H. Weller, H. Gasparini yJ. Reese, "Implementation of semi-discrete, non-staggered cen- tral schemes in a colocated, polyhedral, finite volume framework, for high-speed viscous flows", *Int. J. Numer. Methods Fluids.*, vol. 63, pp. 1-21, 2010, DOI: 10.1002/fld.2069

- [12] L. Dixon-Hiester, R. Reisler, J. Keefer y N. Ethridge, "Shock enhancement at transition from regular to Mach reflection", Am. Inst. Phys., vol. 208, pp. 204-209, 1990, DOI: 10.1063/1.39441
- [13] H. Kleine, E. Timofeev y K. Takayama, "Reflection of blast waves from straight surfaces. In Shock Waves", *Shock Waves*, vol. 24, pp. 1019-1024, 2005, DOI: 10.1007/978-3-540-27009-6_156
- [14] J. Ridoux, N. Lardjane, L. Monasse y F. Coulouvrat, "Extension of geometrical shock dynamics for blast wave propagation", *Shock Waves*, vol. 30, pp. 563-583, 2020, DOI: 10.1007/s00193-020-00954-z
- [15] D. J. Azevedo y C. S. Liu, "Engineering approach to the prediction of shock patterns in bounded high-speed flows", AIAA, vol. 31, pp. 83-90, 1993, DOI: 10.2514/3.11322
- [16] L. R. Henderson y R. Menikoff, "Triple-shock entropy theorem and its consequences", J. Fluid Mech., vol. 366, pp. 179-210, 1998, DOI: 10.1017/S0022112098001244

- [17] C. A. Mouton y H. G. Hornung, "Mach stem height and growth rate predictions", *AIAA*, vol. 45, pp. 1977-1987, 2007, DOI: 10.2514/1.27460
- [18] H. Hekiri y G. Emanuel, "Shock wave triple-point morphology", *Shock Waves*, vol. 21, pp. 511-521, 2011, DOI: 10.1007/s00193-011-0339-6
- [19] T. Hu y C. J. I. Glass, "Blast wave reflection trajectories from a height of burst", AIAA J., vol. 24, pp. 607-610, 1986, DOI: 10.2514/3.9314
- [20] H. Jasak, A. Jemcov y A. Tukovic, "OpenFOAM: A C++ library for complex physics simulations", Int. Workshop Coupled Methods Numer. *Dyn.*, vol. 1000, pp. 1-20, 2007.
- [21] L. F. Gutiérrez Marcantoni, S. Elaskar, J. Tamagno, J. P. Saldia y G. Krause, "An assessment of the Open-FOAM implementation of the KNP scheme to simulate strong explosions", *Shock Waves*, vol. 31, pp. 193-20, 2021, DOI: 10.1007/s00193-021-01008-8