

Ingeniería Docencia e Investigación

PROBLEMA DE ELEVATORSKI

*Julio Milán Paz**

RESUMEN

El profesor Edward A. Elevatorski en su libro **hydraulic energy dissipators** presenta una forma de obtener la elevación del fondo del cuenco disipador, para que el salto hidráulico formado después de un vertedero de excesos (aliviadero) no se desplace aguas abajo. Se presentará aquí, paso a paso, el procedimiento seguido por el ilustre profesor, y a continuación se expondrá un método sistematizado que incluye un programa en Quick Basic. El problema en cuestión también puede ser resuelto con relativa facilidad por estudiantes de un curso de hidráulica de canales utilizando algún tipo de calculadora programable.

INTRODUCCION

Debido a que el agua de exceso que eventualmente llega a un embalse debe ser evacuada por medio de un vertedero, es fundamental diseñar la cámara (cuenco) donde se formará y se mantendrá el salto hidráulico, teniendo en cuenta su elevación, longitud y otros parámetros adicionales, para que el agua al volver al río, posea una velocidad que no produzca ni erosión ni socavación en el lecho.

* Ingeniero Civil: Exprofesor Asociado Universidad Nacional, Bogotá. Profesor Asociado Universidad de la Salle, Bogotá. Profesor Catedrático Universidad Militar, Bogotá.

NOTACION

De conformidad con la FIG. 1, se tiene:

- q = caudal por unidad de ancho de canal rectangular.
 h = carga sobre el vertedero.
 d = altura de la cresta del vertedero por encima del fondo del cuenco.
 h_r = pérdida de energía por fricción a lo largo del aliviadero.
 D = posición del nivel del agua aguas abajo del salto por debajo de la cresta del vertedero.
 y_1 = profundidad del flujo antes del salto hidráulico.
 y_2 = profundidad del flujo después del salto hidráulico.
 V_o = velocidad de aproximación del agua al vertedero.
 V_1 = velocidad del agua en la sección 1.
 z = elevación del fondo del cuenco con relación al datum conocido.
 ΔE = energía disipada en el salto.

En el programa:

- q = QU = caudal unitario.
 a = NSUP = elevación del nivel del agua en el embalse.
 b = NINF = elevación del nivel del agua después del salto.
 h_r = FRIC = pérdida por fricción en el vertedero.
 ΔE = DE = energía disipada en el salto.
 PORC = porcentaje de energía disipada.

ANALISIS

Anota el profesor Elevatorski en su libro:

"Al escribir la ecuación de la energía entre

las secciones 0 y 1, despreciando la velocidad de aproximación V_o y la pérdida por fricción entre dichas secciones, la velocidad al pie del aliviadero, es

$$V_1 = \sqrt{2g(d+h)} \quad \dots (1)$$

Siendo que $y_1 = q/V_1$, la ec. (1) toma la forma

$$y_1 = \frac{q}{\sqrt{2g(d+h)}} \quad \dots (2)$$

ó

$$y_1 = \frac{q}{\sqrt{2g^{1/2} \left(\frac{d}{h} + 1 \right)^{1/2} h^{1/2}}} \quad \dots (3)$$

La profundidad y_2 aguas abajo necesaria para que el salto hidráulico se forme está dada por la ec. (4).

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8q^2}{gy_1^3}} - 1 \right) \quad \dots (4)$$

Con referencia a la FIG. 1,

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{d - D}{y_1} \quad \dots (5)$$

Al sustituir ec. (3) y ec. (5) en ec. (4), se tiene

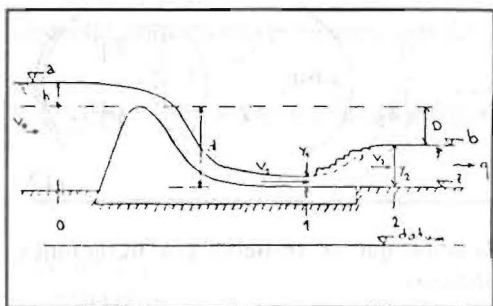


FIGURA 1 Vertedero de excesos

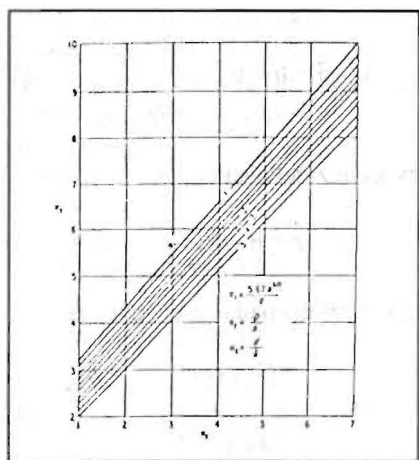


FIGURA 2 Diagrama para obtener la cota del cuenco.

$$\frac{2d-2D}{y_1} + 1 = \sqrt{1 + \frac{16\sqrt{2} \ g^{1/2} [(d/h)+1]^{3/2} h^{3/2}}{q}} \quad \dots (6)$$

ó en forma adimensional,

$$\left(\frac{g^{1/2} h^{3/2}}{q} \right) \left(\frac{d}{h} + 1 \right)^{1/2} \left(\frac{d}{h} - \frac{D}{h} \right) + .353 = \left(.125 + \frac{2.828 g^{1/2} h^{3/2} [(d/h) + 1]^{3/2}}{q} \right)^{1/2} \quad \dots (7)$$

Si se hace

$$\pi_1 = g^{1/2} h^{3/2}/q, \quad \pi_2 = D/d, \quad \pi_3 = d/h,$$

entonces

$$\pi_1 (\pi_3 + 1)^{1/2} (\pi_3 - \pi_2) + .353 = [.125 + 2.828 \pi_1 (\pi_3 + 1)^{3/2}]^{1/2} \quad \dots (8)$$

Valores de π_3 para los correspondientes valores de π_1 y π_2 han sido calculados de la ec. (8) y localizados en la FIG. 2. El rango de las curvas π_1 representa los valores normalmente encontrados por el diseñador. En las curvas se usa $g = 32.2$ piés/seg² y son aplicables sólo en el sistema pié-libra-segundo. La ec. (8) es aplicable en todos los sistemas si se emplean unidades consistentes. El siguiente ejemplo da la solución a un problema específico.

Ejemplo: Hallar la elevación del cuenco requerido por un salto hidráulico formado aguas abajo de un aliviadero, con los siguientes datos:

Caudal unitario: $q = 100$ (piés³/seg)/pié

Elevación del nivel en el embalse: $a = 100$ piés

Elevación de la cresta del vertedero: $a - h = 90$ piés

Elevación del nivel aguas abajo del salto: $b = 31$ piés

Solución: Calcular π_1 y π_2 .

$$\pi_1 = 5.67 h^{3/2}/q = 5.67(10)^{3/2}/100 = 1.79$$

$$\pi_2 = D/h = (90-31)/10 = 5.9$$

Al entrar a la FIG. 2 con los valores calculados, encontramos $\pi_3 = 8.0$. Entonces

$$d = 8.0 (10) = 80 \text{ piés}$$

Luego la elevación requerida del cuenco debe ser $90-80 = 10$ piés

La pérdida de energía en la cara del aliviadero ha sido despreciada..."

Hasta aquí el profesor Elevatorski.

Ahora bien, con referencia a la FIG. 1, al aplicar la ecuación de Bernoulli entre las secciones 0 y 1, se tiene

$$a = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} + h_r + z \quad \text{.....(9)}$$

Pero $V_1^2/2g = q^2/(2gy_1^2)$, $z = b - y_2$

Al sustituir las últimas dos expresiones en ec. (9) y despejar y_2 :

$$y_2 = y_1 + b - a + h_r + \frac{q^2}{2gy_1^2} \quad \text{.....(10)}$$

Igualando y_2 de ec. (4) con ec. (10).

$$\frac{y_1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8q^2}{gy_1^3}} - 1 \right) = y_1 + b - a + h_r + \frac{q^2}{2gy_1^2}$$

Al expresar el último término después de resolver el paréntesis, resulta

$$\frac{q^2}{2gy_1^2} = a - b - h_r - \frac{y_1}{2} \left(3 - \sqrt{1 + \frac{8q^2}{gy_1^3}} \right) \quad \text{.....(11)}$$

Si se despeja y_1 del término cuadrático,

$$y_{1(i+1)} = \frac{q}{\sqrt{2g}} \left(a - b - h_r - \frac{y_{1(i)}}{2} \left(3 - \sqrt{1 + \frac{8q^2}{gy_{1(i)}^3}} \right) \right)^{1/2} \quad \text{.....(12)}$$

ecuación que se resuelve por iteraciones sucesivas.

El valor de y_2 se halla con

$$y_2 = y_1 - a + b + h_r + \frac{q^2}{2gy_1^2} \quad \text{.....(13)}$$

La elevación z del cuenco, es

$$z = b - y_2 \quad \text{.....(14)}$$

La energía ΔE disipada en el salto, es

$$\Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2} \quad \text{.....(15)}$$

El valor de la energía E_1 antes del salto:

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} \quad \text{.....(16)}$$

Finalmente, el porcentaje PORC de energía disipada está dado por Elevatorski, convirtiendo previamente los datos originales, del sistema inglés al sistema métrico.

$$\text{PORC} = \frac{100\Delta E}{E_1} \quad \text{.....(17)}$$

Para que la solución del problema resulte en el sistema métrico, se tomará $g = 9.8 \text{ m/seg}^2$.

Elevatorski, convirtiendo previamente los datos originales, del sistema inglés al sistema métrico.

CUADRO 1. Programa y solución del ejemplo propuesto

```
SCREEN 0, 1
COLOR 14, 1
PROBLEMA DE ELEVATORSKY.
CLS
READ QU, NSUP, NINF, FRIC
DATA 9.3025, 30.5, 9.455, 0
QU = caudal unitario; NSUP = nivel superior; NINF = nivel inferior;
FRIC = pérdida por fricción.
I = 1: f = .0001
LPRINT
LPRINT
DEF FNY1 (X) = QU / SQR(19.62) * (NSUP - NINF - FRIC - X / 2 * (3 - SQR(1 +
QU^2/1.225 / X^3)))^-.5
DO
Y1 = FNY1(I)
IF ABS(Y1 - I) > f THEN
I = Y1
Y1 = FNY1(I)
END IF
LOOP WHILE ABS(Y1 - I) > f
Y2 = Y1 + NINF - NSUP + FRIC + QU^2/19.6 / Y1^2: ELEV = NINF - Y2
DE = (Y2 - Y1)^3/4 / Y1 / Y2: E1 = Y1 + QU^2/19.6 / Y1^2: PORC = DE * 100 / E1

LPRINT " DATOS : "
LPRINT " Caudal unitario [m2/seg] ="; : LPRINT USING " ###.###" ; QU
LPRINT " Cota nivel superior [m] ="; : LPRINT USING "###.###" ; NSUP
LPRINT " Cota nivel inferior [m] ="; : LPRINT USING "###.###" ; NINF
LPRINT " Pérdida por fricción [m] ="; : LPRINT USING " #.###" ; FRIC
LPRINT

LPRINT " RESULTADOS : "
LPRINT " Elevación piso del canal [m] ="; : LPRINT USING "###.###" ; ELEV
LPRINT " Profundidad antes del salto [m] ="; : LPRINT USING " ###.###" ; Y1
LPRINT " Profundidad después del salto [m] ="; : LPRINT USING " ###.###" ; Y2
LPRINT " Energía disipada en el salto [m] ="; : LPRINT USING " ###.###" ; DE
LPRINT " Porcentaje energía disipada [%] ="; : LPRINT USING " ###.###" ; PORC
```

CUADRO 1. Continuación

LPRINT

LPRINT "-----"

COLOR 14, 4

END

DATOS:

Caudal unitario [m²/seg] = 9.302

Cota nivel superior [m] = 30.500

Cota nivel inferior [m] = 9.455

Pérdida por fricción [m] = 0.000

RESULTADOS:

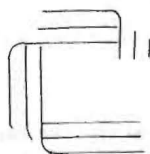
Elevación piso del canal [m] = 3.013

Profund. antes del salto [m] = 0.404

Profund. después del salto [m] = 6.442

Energía disipada en el salto [m] = 21.164

Porcent. energía disipada [%] = 76.994



CURE & CIA LTDA.

GABRIEL A. CURE HAKIM

Calle 124 No. 37-88 Tel. 619 0312 - 213 8641
Santafé de Bogotá, D.C

CONCLUSION

Temas específicos que hacen parte del currículo de la carrera de Ingeniería Civil, debieran ser sistematizados por los estudiantes con el propósito de que en ellos no se apague el interés por la programación.

BIBLIOGRAFIA

ELEVATORSKI, E. A., **Hydraulic energy dissipators.**

Mc Graw Hill, 1959.

CHOW, V. T., **Open-channel hydraulics.**
Mc Graw Hill, 1959.

DAVIS, C. V. & SORENSEN, K. E., **Hand book of applied hydraulics.**
Mc Graw Hill, 1970.

SUBRAMANYA, K., **Flow in open channels.**
Mc Graw Hill, 1984.

FRENCH, R., **Open-channel hydraulics.**
Mc Graw Hill, 1985

JOYANES, L.A., **Programación en quick basic.**
Mc Graw Hill, 1990.