

Salto hidráulico en canal trapezoidal*

Julio Milán Paz**

Resumen

Una solución parcial al problema del salto hidráulico (hydraulic jump) en canal trapezoidal horizontal liso, ha sido obtenida empleando específicamente ciertas curvas^(3,4,5), debido a que las ecuaciones relativas a dicho fenómeno no conducen a expresiones explícitas. Utilizando calculadoras programables, se puede dar respuesta total al mencionado problema, ya que:

- (a) Si se conoce la profundidad del flujo antes o después del salto, se puede obtener la otra (secuente o conjugada), así como la energía disipada.
- (b) Al contrario, si el dato suministrado es la energía a disipar, entonces se calculan las profundidades secuentes correspondientes a esa pérdida.

Introducción

El salto hidráulico se define como el fenómeno físico que se produce en un canal cuando un flujo pasa de supercrítico a subcrítico, manifestándose una elevación brusca de la superficie del agua. Entre las dos profundidades se visualiza algún grado de turbulencia (salto), lo que indica que cierta cantidad de energía se está disipando.

Notación

De acuerdo con las Figuras 1 y 2:

- Q = caudal ó gasto, $m^3/seg.$
- A = área mojada, m^2 .
- b = ancho de fondo del canal, m.
- T = ancho superior, m.
- y_1 = profundidad antes del salto, m.

* Este artículo se publica nuevamente porque en la edición No. 6 de la revista, se editó con algunos errores por incompatibilidad del software utilizados por el autor y la editorial.

** Ingeniero Civil, Exp - profesor Asociado Universidad Nacional, Bogotá, Profesor Asociado Universidad de Salle, Bogotá. Profesor Asociado Universidad Militar, Bogotá.

- y_2 = profundidad después del salto, m.
- \bar{y} = profundidad del centroide (c.g.) del área mojada, m.
- y_c = profundidad crítica, m.
- m = pendiente de las paredes del canal [1V:mH].
- V_1 = velocidad del agua antes del salto, m/seg.
- V_2 = velocidad del agua después del salto, m/seg.
- E = energía específica, m.
- DE = pérdida de energía en el salto hidráulico, m.
- DE% = porcentaje de pérdida de energía en el salto.
- g = aceleración de la gravedad, 9.81 m/s².
- Fe = fuerza específica en cualquier sección del canal, m³.

- Fe ≡ FE
- DE% ≡ PO

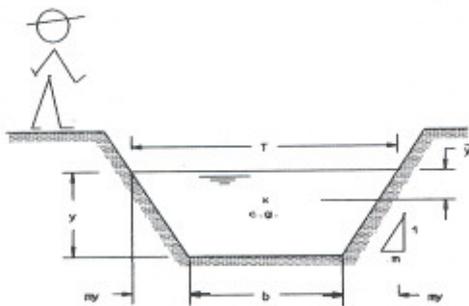


Figura No. 1 Sección típica del canal

Las equivalencias de las variables en el programa del Cuadro 1, son:

- b ≡ B
- m ≡ M
- y ≡ Y

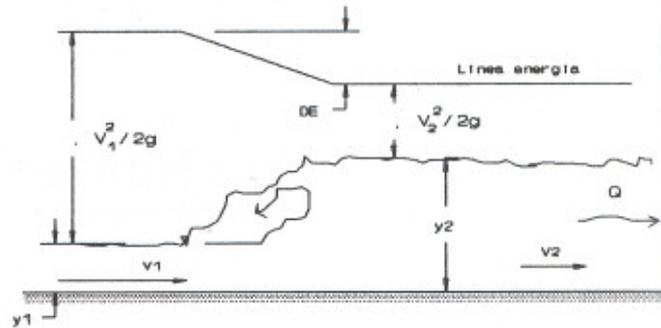


Figura No. 2 Perfil longitudinal del canal

Análisis

Por definición, la fuerza específica en la sección de un canal, está dada por

$$F_e = \bar{y}A + \frac{Q^2}{gA} \tag{1}$$

La condición general que debe cumplir el salto hidráulico en un canal horizontal sin fricción, entre las secciones 1 y 2, es:

$$\bar{y}_1 A_1 + \frac{Q^2}{gA_1} = \bar{y}_2 A_2 + \frac{Q^2}{gA_2} \tag{2}$$

De acuerdo con la Figura 1, se comprueba que,

$$\bar{y}A = \frac{y^2}{6}(3b + 2my) \tag{3}$$

Entonces,

$$F_c = \frac{y^2}{6}(3b + 2my) + \frac{Q^2}{gA} \quad (4)$$

Ahora bien, si en algún sector de un canal, independientemente de su geometría, el flujo se comporta como crítico, debe satisfacerse la condición.

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad (5)$$

Si se trata de sección trapezoidal,

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{[(b + my_c)y_c]^3}{b + 2my_c} \quad (6)$$

Al despejar el y_c que figura como factor del paréntesis:

$$y_{c_{n+1}} = (2k_1)^{1/5} \frac{(b + 2my_{c_n})^{3/5}}{b + my_{c_n}} \quad (7)$$

para

$$k_1 = Q^2 / 19,62 \quad (8)$$

Luego la ec.(4) se puede escribir de la forma

$$F_c = \frac{y^2}{6}(3b + 2my) + \frac{2k_1}{A} \quad (9)$$

De acuerdo con lo expuesto en el resumen:

- (a) Si el valor conocido es la profundidad, F_e se halla con la ec.(9), siendo $F_e = F_e$ para $y = y_1$, si $y > y_1$. Seguidamente, con la ec.(2), se calcula y_2 :

$$y_{1_{n+1}} = \frac{2k_1}{(b + my_{1_n}) \left[F_{e2} - y_{1_n}^2 (3b + 2my_{1_n}) / 6 \right]}, \quad (10)$$

ecuación, que si $b = 0$ (canal triangular), se transforma en

$$y_{1_{n+1}} = \sqrt{\frac{2k_1}{m(F_{e2} - my_{1_n}^2/3)}} \quad (11)$$

- Si la profundidad conocida es $y < y_1$, significa que $y = y_2$; se halla entonces $F_e = F_e$ con la ec.(9), para inmediatamente después, calcular y_1 con

$$y_{2_{n+1}} = \sqrt{\frac{6}{(3b + 2my_{2_n}) \left[F_{e1} - \frac{2k_1}{A_2} \right]}} \quad (12)$$

- (b) Si el dato conocido es DE, energía que se desea disipar, al aplicar la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 de la Figura 2, se obtiene:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + DE, \quad (13)$$

y sus formas equivalentes

$$y_1 + \frac{Q^2}{2g[(b + my_1)y_1]^2} = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} + DE \quad (14)$$

$$y_1 + \frac{2k_1}{[(b + my_1)y_1]^2} = y_2 + \frac{2k_1}{A_2^2} + DE \quad (15)$$

Después de transponer términos, factorizar y despejar el y_1 que está como factor del paréntesis en la ec.(15), resulta

$$y_{1, \text{...}} = \frac{1}{(b + my_1)} \left[\frac{1}{k_1} (DE + y_2 - y_1) + \frac{1}{A_2^2} \right]^{-1/2} \quad (16)$$

pero si $b=0$, la anterior ecuación se transforma en

$$y_{1, \text{...}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \left[\frac{1}{k_1} (DE + y_2 - y_1) + \frac{1}{A_2^2} \right]^{-1/2} \quad (17)$$

Para el cálculo de la energía en cualquier sección del canal, se emplea

$$E = y + \frac{k_1}{A^2} \quad (18)$$

Y si la energía disipada en el salto se expresa como porcentaje de la energía inicial,

$$DE(\%) = \frac{DE * 100}{E_1} \quad (19)$$

La Figura 3 representa el diagrama de flujo del problema, y el Cuadro 1 un programa para calculadora PB-770.

A continuación se presentan tres aplicaciones del problema:

(a) **Ejemplo**⁽³⁾: Un flujo de $100 \text{ m}^3/\text{seg}$ tiene lugar en un canal trapezoidal con

paredes inclinadas 2:1 y ancho en la base de 5,0 m. Si la profundidad aguas arriba del flujo es 1,0 m, hallar la profundidad aguas abajo que producirá un salto hidráulico. Adicionalmente, obtener el porcentaje de energía disipada.

Al ejecutar el programa, resulta:

$$y_c = 2,486\text{m}; y_2 = 4,844\text{m}; E_1 = 11,402\text{m};$$

$$E_2 = 4,945\text{m}; DE(\%) = 56,628$$

Problema⁽⁵⁾: Un canal trapezoidal horizontal con ancho de fondo 7,0 m y con paredes de pendiente 1:1, lleva una descarga de $20 \text{ m}^3/\text{seg}$. Si la profundidad después de un salto hidráulico va a ser 2,25 m, hallar la profundidad secuente y la pérdida de energía.

La solución con el programa es:

$$y_1 = 0,242\text{m}; DE = 4,582\text{m}$$

(b) **Problema**: Un canal trapezoidal horizontal con $b=3,50 \text{ m}$ y $m=1,5$, transporta $6,50 \text{ m}^3/\text{seg}$. Si se desea que al producirse un salto hidráulico, la caída de la línea de energía a través de él sea de 5,60 m, qué valores deben tener las profundidades secuentes?

Solución:

$$y_1 = 0,147\text{m}; y_2 = 1,696\text{m}$$

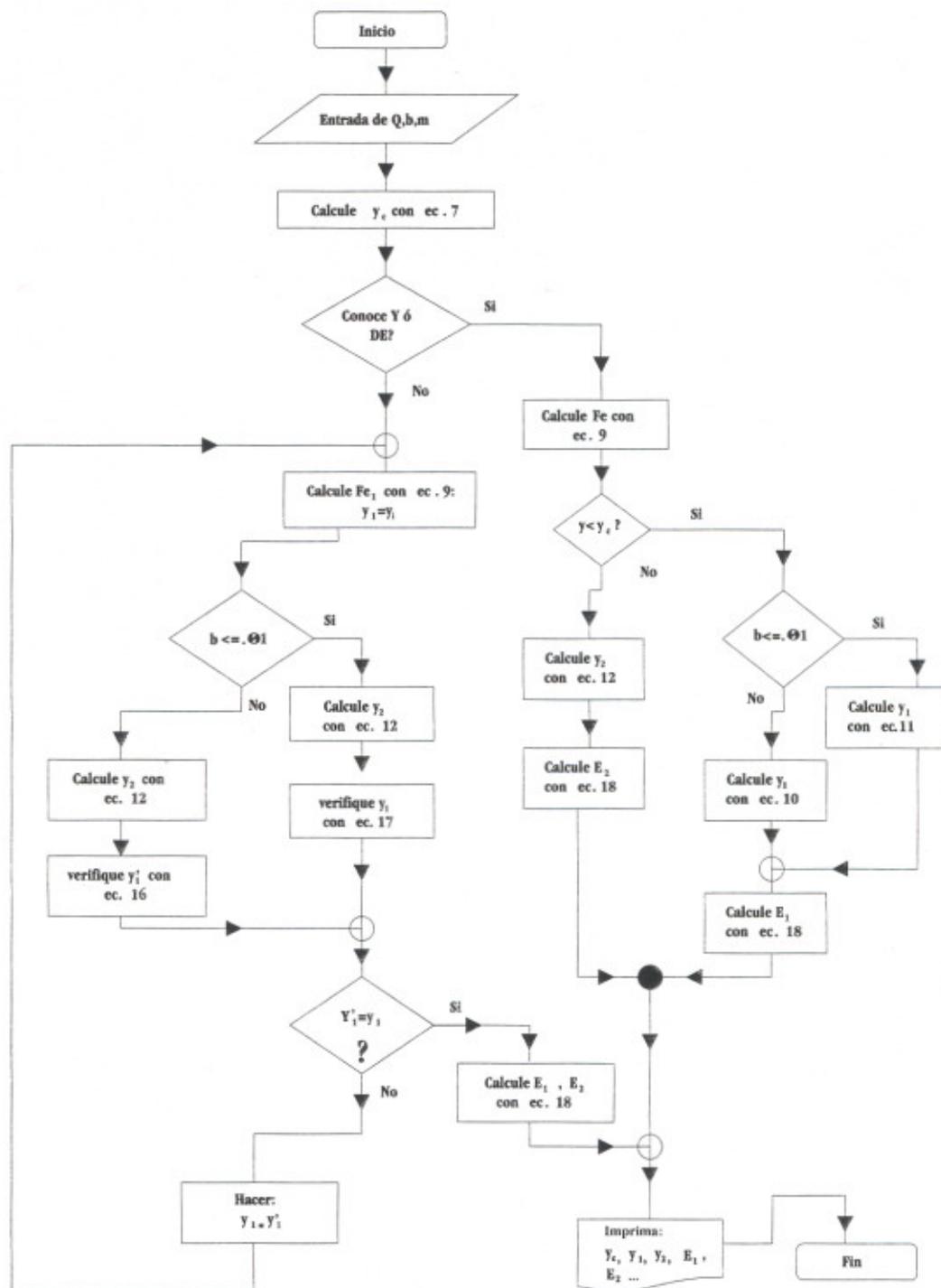


Figura 3. Diagrama de Flujo

```

10 CLS : PRINT "Salto TRAPEZOIDAL :": CLEAR
20 INPUT "Q (M3/s)"; Q, "b (m)"; B, "m"; M: K1=Q^2/19.62 : W = 1E - 4; I=1 : CLS : GOSUB 460
30 YC = (K1 * 2 * (B + 2 * M * I)) ^ (1 / 3) / (B + M * I)
40 IF ABS (YC - I) > W THEN I = YC: GOTO 30
50 BEEP: Y1 = 0: Y2 = 0: GOSUB 440: INPUT " ", F$
60 CLS : PRINT "Dato, profundidad ó pérdida: PROF/PERD"; : INPUT AB$: CLS
70 IF AB$ ="PERD" THEN 230
80 BEEP: INPUT "Y"; Y: Z = Y: CLS : GOSUB 460: GOSUB 410: GOSUB 430: Z = I
90 IF Y > YC THEN IF B <= .01 THEN 130 ELSE 160
100 GOSUB 410: Y2 = SQR (6 * (FE - K1 * 2 / A) / (3 * B + 2 * M * Z))
110 IF ABS (Y2 - Z) > W THEN Z = Y2: GOT 100
120 BEEP: GOTO 180
130 Y1 = SQR (K1 * 2 / M / (FE - M * Z ^ 3 / 3))
140 IF ABS (Y1 - Z) > W THEN Z = Y1: GOTO 130
150 BEEP: GOTO 180
160 Y1 = K1 * 2 / (B + M * Z) / (FE - Z ^ 2 * (3 * B + 2 * M * Z) / 6)
170 IF ABS (Y1 - Z) > W THEN Z = Y1: GOTO 160
180 Z = Y: GOSUB 410: GOSUB 420
190 IF Y > YC THEN E2 = E: Y2 = Y: Z= Y1: GOSUB 410: GOSUB 420: E1= E: GOTO 210
200 E1 = E: Y1 = Y: Z = Y2: GOSUB 410: GOSUB 420: E2 = E
210 GOSUB 440: DE = E1 - E2: PO = DE * 100 / E1
220 INPUT " ". F$: GOSUB 450: GOTO 80
230 BEEP: INPUT "DE(m)": DE: Y1 = .01: CLS : GOSUB 460
240 Z = Y1: GOSUB 410: GOSUB 430
250 Z = I
260 GOSUB 410: Y2 = SQR (6*(FE - 2 * K1 / A) / (3 * B + 2 * M * Z))
270 IF ABS (Y2 - Z) > W THEN Z = Y2: GOTO 260
280 Z = Y1: I = Y2
290 IF B <= .01 THEN 340
300 YY = 1 / (B + M * Z) * ((DE + Y2 - Z) / K1 + 1 / A ^ 2) ^ (-1 / 2)
310 IF ABS (YY - Z) > W THEN Z = YY: GOTO 300
320 IF ABS (YY - Y1) > W THEN Y1 = YY: GOTO 240
330 GOTO 370
340 YY = 1 / SQRM * (1 / K1 * (DE + Y2 - Z) + 1 / A ^ 2) ^ (-1 / 4)
350 IF ABS (YY - Z) > W THEN Z = YY: GOTO 340
360 IF ABS (YY - Y1) > W THEN Y1 = YY: GOTO 240
370 BEEP: Z= Y1: GOSUB 410: GOSUB 420: E1 = E
380 Z = Y2: GOSUB 410: GOSUB 420: E2 = E: PO = DE * 100 / E1
390 GOSUB 440
400 INPUT " ", F$:GOSUB 450: GOTO 230
410 A = (B + M * Z) * Z: RETURN
420 E = Z + K1 / A ^ 2: RETURN
430 FE = Z ^ 2 * (3 * B + 2 * M * Z) / 6 + K1 * 2 / A: RETURN
440 PRINT USING "###.###"; "Yc (m)=", YC, "Y1(m)=", Y1, "Y2(m)=", Y2: RETURN
450 PRINT USING "###.###"; "E1(m)=", E1, "E2(m)=", E2, "DE(%)=", PO: RETURN
460 PRINT TAB (23); "CALCULANDO!": RETURN

```

Cuadro 1. Programa para calculadora PB - 770

Conclusiones

A parte de la rapidez (según la calculadora utilizada) y exactitud que se logra al sistematizar el problema del salto hidráulico, se concluye, que si:

1. $Q = \text{cons.}$, $y = \text{cons.}$, para disminución de b y aumento de m , $DE(\%)$ crece¹.
2. $Q = \text{cons.}$, $y = \text{cons.}$, $m = \text{cons.}$, para aumento de b , $DE(\%)$ disminuye. En canal rectangular, esto es, para $m=0$, el salto hidráulico es menos eficiente.
3. $Q = \text{cons.}$, $b = \text{cons.}$, $y_1 = \text{cons.}$, para aumento de m , $DE(\%)$ crece.
4. $Q = \text{cons.}$, $b = \text{cons.}$, para incremento de DE , la altura del salto hidráulico ($y_2 - y_1$), también se incrementa.

Bibliografía

1. Chaudhry, M.H., «Open channel-flow», Prentice Hall, 1993
2. Chow, V.T., «Hidráulica de canales abiertos», McGraw Hill, 1994
3. French, R., «Open-channel Hydraulics», McGraw Hill, 1985
4. Henderson, F.M., «Open channel-flow», Mc Millan, 1966
5. Subramanya, K., «Flow in open Channels», McGraw Hill, 1986