

La teoría  
del estado crítico  
como herramienta  
para la  
interpretación de  
ensayos triaxiales  
en suelos cohesivos

---

ÓSCAR JAVIER REYES ORTIZ, M.SC\*  
JAVIER FERNANDO CAMACHO TAUTA, M.SC\*\*  
IVÁN MORANTES\*\*\*

### Resumen

Los suelos cohesivos representan en muchas ocasiones, un serio inconveniente para la ejecución de las obras civiles, debido a que su comportamiento mecánico es diferente al de otros materiales de ingeniería. Esta condición ha merecido la dedicación de muchos investigadores en el mundo, quienes han tratado de explicar su comportamiento mediante la formulación de modelos teóricos, que gradualmente han conseguido interpretar sus leyes de comportamiento con algún nivel de confiabilidad.

La teoría del estado crítico se presenta como una forma de representar el comportamiento elastoplástico del suelo a través de la utilización de dos invariantes de esfuerzo y un parámetro relacionado con los cambios volumétricos del material.

Con un programa de ensayos en laboratorio, es posible determinar las relaciones entre las varia-

---

\* Ingeniero Civil y Magister en Ingeniería Civil de la Universidad de los Andes. Especialista en Finanzas de la Universidad del Rosario. Jefe del Área de Geotecnia de la Universidad Militar Nueva Granada.

\*\* Ingeniero Civil Universidad Militar Nueva Granada. Magister en Ingeniería Civil de la Universidad de Los Andes. Docente tiempo completo de la Universidad Militar Nueva Granada

\*\*\* Ingeniero Civil de la Universidad Militar Nueva Granada.

bles que intervienen en el fenómeno, construyendo un modelo numérico que pueda predecir la respuesta de un suelo ante diferentes sollicitaciones externas.

En el presente artículo se pretende introducir los elementos que conforman el tratamiento de la información de laboratorio y algunos resultados obtenidos en los laboratorios de la Universidad Militar Nueva Granada.

*Palabras clave:* Teoría estado crítico, superficie Roscoe y Hvorslev, triaxiales y comportamiento elastoplástico de los suelos.

## INTRODUCCIÓN

### EL SUELO COMO MATERIAL DE INGENIERÍA

El suelo es uno de los materiales más complejos empleado por el hombre para la construcción de obras civiles. Esto se debe a que está compuesto por una mezcla de partículas sólidas, de fluidos y de gases. Prevost [14] define al suelo como un ensamble de partículas de diferentes tamaños y formas que constituyen un esqueleto cuyos vacíos están llenos de agua y aire o gas. Desde el punto de vista mecánico, no puede considerarse al suelo como un material elástico debido a que su comportamiento no obedece completamente a las leyes de la elasticidad y es dependiente del tiempo. Además no es continuo porque está conformado por partículas cuya distribución de tamaños puede cambiar en varios órdenes de magnitud. Otras consideraciones adicionales lo alejan aún más de ser un material de comportamiento mecánico "ideal".

Pese a las dificultades anteriores, el suelo puede considerarse como el material más comúnmente utilizado en ingeniería civil, puesto que en toda obra éste interviene como material de fundación o como material de construcción.

En el primer caso, normalmente el ingeniero debe someterse a las condiciones impuestas por la naturaleza, es decir el sistema de cimentación debe diseñarse para que las sollicitaciones externas producidas por la superestructura sean compatibles con las propiedades del suelo tal como se encuentra. Cuando las condiciones técnicas y económicas lo permiten, debe intervenir sobre el suelo para modificar sus propiedades mediante tratamientos físicos, químicos o reemplazándolo.

En el segundo caso, se deben aprovechar muy bien las propiedades del suelo, para lograr su óptima utilización y garantizar las condiciones de seguridad impuestas por las regulaciones respectivas.

Como se puede observar en cualquiera de los dos casos, es necesario conocer muy bien las características mecánicas de los suelos, de manera que el comportamiento real del sistema sea en gran medida similar al previsto por la metodología de diseño empleada.

### CARACTERÍSTICAS DE LOS SUELOS COHESIVOS

Se denominan suelos cohesivos a aquellos que están conformados por partículas de tamaño menor a  $75 \mu\text{m}$ , tales como las arcillas y los limos. Berry [2] indica: "Los depósitos de suelo que presentan características de adhesión y plasticidad asociadas con la presencia de una cantidad significativa de partículas de mineral de arcilla son descritas a menudo con el término general de suelos cohesivos". Esta composición granulométrica y mineralógica les confiere diferentes propiedades mecánicas que plantean interesantes retos para el ingeniero.

El reducido tamaño de las partículas y su forma laminar, hacen que la interacción con el agua incida en su comportamiento mecánico, por ejemplo el contenido de humedad incide de manera fundamental en la resistencia mecánica de la masa de suelo.

La baja permeabilidad de estos suelos, hace que la presión intersticial cambie ante una variación en el estado de esfuerzos; la presión intersticial logrará su equilibrio inicial solamente con el transcurso del tiempo cuando se produzca la migración de parte del agua de poros, reduciéndose el volumen total.

Por todo lo anterior, las relaciones que gobiernan su comportamiento involucran gran número de variables y para desarrollar su estudio deben ser controladas, registradas y manipuladas con extremo cuidado.

Resulta de gran interés la interacción de las variables esfuerzo, deformación y tiempo en la resistencia a la falla y en los fenómenos de asentamiento en este tipo de suelos. El estudio de estas relaciones se denomina reología de suelos.

#### SUELOS COHESIVOS EN LA SABANA DE BOGOTÁ

Gran parte de los asentamientos humanos y por consiguiente edificaciones y otras obras civiles, se establecen sobre depósitos que contienen suelos cohesivos; en el caso de Bogotá [7], las zonas lacustres 3 y 4 cubren un gran porcentaje del área urbana actual y conforman una gran proporción del área urbanizable de la ciudad y de los alrededores de la capital en los municipios vecinos.

Esta amplitud geográfica significa un vasto campo de investigación en donde se encuentran diversos tipos de material, condiciones de drenaje, historias de esfuerzo y condiciones microclimáticas diferentes.

Investigaciones dirigidas a estudiar el comportamiento de las arcillas de la sabana de Bogotá han sido desarrolladas con anterioridad por las Universidades de los Andes y Nacional, principalmente. Se destaca por la cantidad de información obtenida, el programa de caracterización geotécnica llevado a cabo por el laboratorio de

Ingeniería Civil de la Universidad de los Andes en desarrollo del Estudio de Microzonificación Sísmica de Bogotá [10].

Realizar investigaciones en este campo se justifica por las ventajas que un mayor conocimiento ofrece a quienes de una u otra manera se ocupan del tema (investigadores, diseñadores, autoridades y comunidad académica) y quienes se ven afectados por las actuaciones y/o decisiones de éstos últimos (constructores y usuarios). A continuación se indican las más relevantes:

- Disminuir costos de construcción, puesto que al poseer información de mayor calidad sobre el subsuelo es posible reducir los factores de seguridad en el diseño.
- Reducir la vulnerabilidad de las construcciones, puesto que se tiene mejores elementos de juicio para predecir la respuesta del subsuelo ante cambios en el estado de esfuerzos, condiciones de drenaje, o cambios en el contenido de humedad.
- Formular un modelo de comportamiento que integre un número suficiente y necesario de parámetros, y que permita explicar el comportamiento mecánico de los suelos.

#### TEORÍA DE LA RESISTENCIA AL CORTE

Los suelos y su comportamiento mecánico ha sido estudiados desde antes de la aparición misma de la mecánica de suelos como ciencia. Sanglerat [15] recuerda como en 1773 Charles Auguste de Coulomb atribuyó la resistencia al esfuerzo cortante a la fricción entre partículas y su entrelazamiento. Esta teoría fue evolucionando hasta que Terzaghi [17] propuso que la resistencia al esfuerzo cortante depende además de las

condiciones de carga, la velocidad de aplicación de las mismas y de las condiciones de drenaje. La expresión matemática utilizada es:

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan \phi'$$

Donde:

- $\tau_f$  : Máxima resistencia al esfuerzo cortante en la falla
- $c'$  : Cohesión efectiva del material
- $\sigma'$  : Esfuerzo efectivo perpendicular al plano de falla
- $\phi'$  : Angulo de fricción interna efectivo

En la figura 1 se ilustra como la ecuación anterior representa la envolvente de falla, es decir el lugar geométrico que limita las posibles combinaciones de esfuerzo que una masa de suelo es capaz de soportar sin que se produzca la falla.

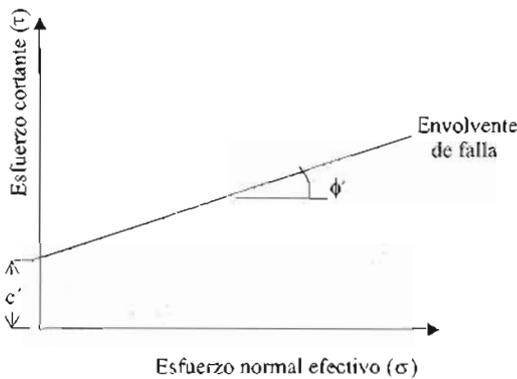


Figura 1. Envolvente de falla que representa la máxima resistencia al corte de acuerdo con la teoría de Terzaghi.

La envolvente de Mohr se asume como una recta, pero esto no es absolutamente cierto para esfuerzos normales muy bajos o inferiores a la presión de preconsolidación del suelo. Además, no es posible identificar la incidencia de las diferentes trayectorias de esfuerzo que es posible inducir en el suelo tanto en laboratorio como en la obra.

Esta teoría prácticamente continuaba sin alteración aún en 1960. En la Conferencia de Investigación

sobre suelos cohesivos realizada en ese año, Newmark [13] concluye su intervención de apertura recomendando a sus colegas descartar procedimientos simplistas basados en la envolvente de Mohr a favor de consideraciones más complejas que se adaptaran a un mayor número de casos. Pese al avance alcanzado, hoy en día la mayoría de las metodologías convencionalmente utilizadas para el diseño de cimentaciones, empuje de tierras y estabilidad de taludes aún se basan en los postulados de Terzaghi.

## ALGUNOS ELEMENTOS DE LA TEORÍA DEL ESTADO CRÍTICO

Con la formulación de la teoría del estado crítico en la que intervinieron varios investigadores como Roscoe en la Universidad de Cambridge, Tavenas en la Universidad de Laval y Magnan en el Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (citados por Caicedo [4]), se logró unificar varios tipos de situaciones bajo un mismo modelo: diferentes condiciones de drenaje y de trayectorias de esfuerzos pueden ser explicadas simultáneamente en un espacio conformado por tres ejes perpendiculares ( $p'$ ,  $q$ ,  $v$ ), donde:

$$p' = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3}$$

$$q = \sigma_1' - \sigma_3'$$

$$v = 1 + e$$

- $p'$  : Esfuerzo isotrópico efectivo promedio
- $q$  : Esfuerzo desviador
- $v$  : Volumen específico
- $s_1', s_2', s_3'$  : Esfuerzos normales efectivos en las tres direcciones
- $e$  : Relación de vacíos

Mediante pruebas de compresión triaxial se pueden construir curvas en este espacio, las cuales

terminan en la llamada superficie de Hvorslev que limita los estados posible e imposibles del suelo. Atkinson [1] describe con gran detalle la teoría del estado crítico. A continuación se resumen los principios que sirven para la formulación de esta teoría.

En la figura 2 se muestra el plano  $p' - q$  de este espacio. De manera similar a la teoría de la resistencia al corte, existe una línea que define el estado de falla de un suelo. Experimentalmente se ha demostrado que ésta línea es recta superando la deficiencia que la teoría de la resistencia al corte presentaba.

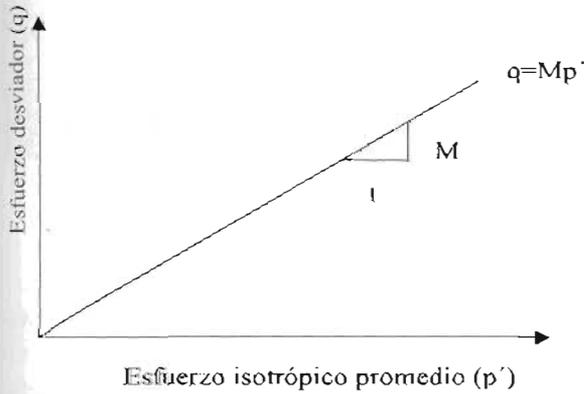


Figura 2. Línea de estado crítico en el plano  $p - q$

Adicionalmente, esta línea es independiente de la trayectoria de esfuerzos seguida para llegar al estado de falla y de las condiciones de drenaje del ensayo.

En la figura 3 se muestra el plano  $\text{Log}(p') - v$ . En este plano la línea de estado crítico es una recta dada por la siguiente expresión:

$$v = \Gamma - \lambda \cdot \ln p'$$

La línea de consolidación normal se representa por la siguiente expresión

$$v = N - \lambda \cdot \ln p'$$

Donde:

- $v$  : Volumen específico
- $G$  : Volumen específico crítico correspondiente a un valor unitario de  $p'$
- $N$  : Volumen específico normal correspondiente a un valor unitario de  $p'$
- $\lambda$  : Pendiente de las líneas de estado crítico y de consolidación normal
- $p'$  : Esfuerzo isotrópico promedio efectivo

El ensayo durante el proceso de falla comenzará sobre la línea de consolidación normal y terminará en la línea de estado crítico. Si se trata de un ensayo no drenado, el volumen específico no cambiará, por lo tanto la trayectoria es horizontal desde la línea de consolidación normal hacia la línea de estado crítico. Si el ensayo es drenado, el volumen específico cambiará y la trayectoria por consiguiente será inclinada.

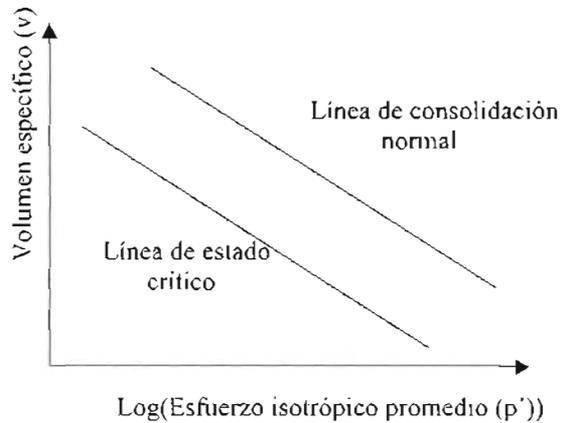


Figura 3. Línea de estado crítico en el plano  $\text{Log } p' - v$

Con el fin de escalar los esfuerzos, se puede suponer de antemano que el tamaño de cada sección con  $v$  constante de la superficie límite de estados será diferente para cada valor de  $v$ , y estará en proporción al esfuerzo equivalente  $p'_e$ . El valor de este esfuerzo para cualquier volumen específico, es el esfuerzo en la línea de consolidación normal para dicho valor de volumen. Si en lugar de trazar las trayectorias de esfuerzos en el plano  $p' - q$ , se trazan en el plano  $p'/p'_e - q/p'_e$  se obtiene una gráfica como la mostrada en la figura 4.

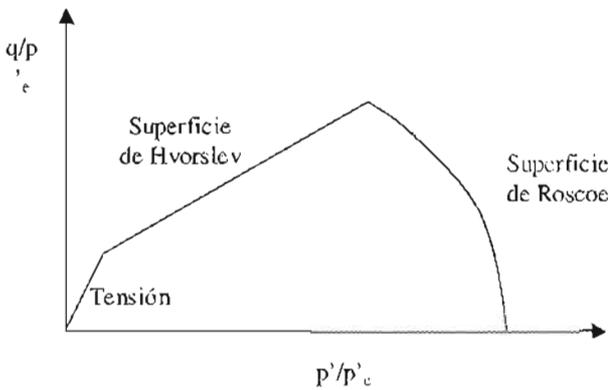


Figura 4. La superficie límite de estados completa

En ésta gráfica se separan los estados posibles, localizados en la parte interior de la figura, de los estados imposibles en la parte exterior de la misma.

Algunos de los parámetros anteriormente indicados para representar las líneas en el espacio  $p'$ - $q$ - $v$ , pueden ser correlacionados con propiedades de las arcillas que se caracterizan mediante ensayos de clasificación, tal es como los límites de Atterberg. Si bien estas relaciones tienen un origen fundamentalmente estadístico, pueden ser de utilidad para la realización de estimaciones a nivel de prediseño.

Actualmente, los estudios de caracterización geotécnica de proyectos importantes (Caicedo et al [5]) utilizan la teoría del estado crítico para su identificación geomecánica. Su utilización aún no es generalizada debido a que se requieren equipos de laboratorio de cierto nivel de complejidad. En Colombia, la investigación experimental de esta teoría ha estado limitada a un muy reducido núcleo académico debido a la escasa capacidad de la mayoría de los laboratorios universitarios. La Universidad Militar cuenta actualmente con gran parte de los equipos necesarios para llevar a cabo un programa de experimentación, tendiente a estudiar los suelos colombianos y confrontar sus resultados con las teorías y procedimientos formulados por investigadores a nivel internacional. En la figura 5 se observa el

equipo triaxial del laboratorio de Mecánica de Suelos de la Universidad Militar, el cual cuenta con tres cámaras en las que se pueden ensayar muestras de 1.5, 2 y 2.8 pulgadas de diámetro. Todas las variables son registradas, acondicionadas y almacenadas en forma automática, de manera que se requiere una mínima intervención del usuario en las fase más críticas del ensayo.

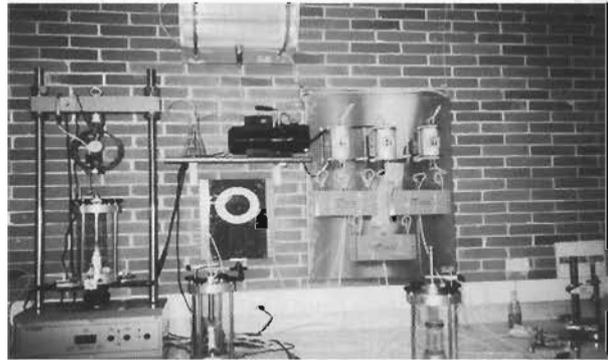


Figura 5. Equipo triaxial del Laboratorio de Mecánica de Suelos de la Universidad Militar

Gran parte de los ensayos realizados por los investigadores, se efectúan sobre muestras reconstituidas en laboratorio. Biarez [3] presenta numerosos resultados ejecutados sobre muestras remoldeadas. Caicedo et al [5], indican que la cementación puede marcar una diferencia entre los resultados con muestras inalteradas y los resultados para muestras remoldeadas.

El proyecto de investigación denominado "Comportamiento mecánico de suelos cohesivos" que se encuentra en ejecución por parte del Grupo de investigación en geotecnia, tiene como uno de sus objetivos comparar los resultados obtenidos con muestras reconstituidas en laboratorio, con respecto a resultados de ensayos sobre muestras inalteradas, tal como se obtienen en el campo. Høeg [8] presenta una investigación similar utilizando muestras de limo y limo arenoso donde se observan considerables diferencias entre los resultados sobre muestras reconstituidas y los encontrados en muestras inalteradas.

## RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados de un ensayo triaxial, realizado sobre una muestra inalterada obtenida en un sondeo realizado en la Hacienda Riogrande de la Universidad en Cajicá. Se muestran las gráficas que relacionan las diferentes variables registradas durante el ensayo y se hacen algunos comentarios sobre la forma. Se trata de un ensayo triaxial consolidado no drenado (CU) sobre muestras normalmente consolidadas de 38 mm de diámetro y 76 mm de altura. Las presiones de confinamiento fueron de 489 kPa, 589 kPa y 770kPa.

En la figura 6 se presenta la curva esfuerzo desviador contra deformación axial para cada una de las muestras. Se observa como a medida que la presión de confinamiento aumenta, el esfuerzo desviador en la falla es mayor.

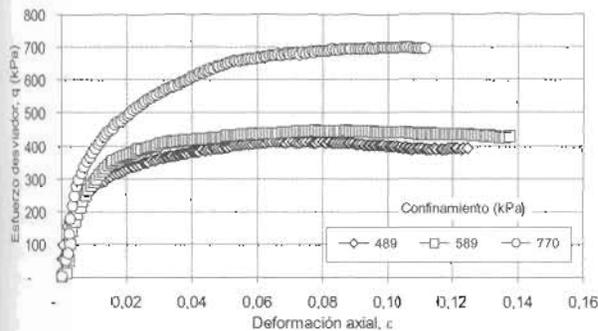


Figura 6. Esfuerzo desviador en función de la deformación axial

Calculando los invariantes de esfuerzo  $p'$  y  $q$ , se puede observar la línea de estado crítico en la figura 7. En este caso  $M$  tiene un valor de 1,2767. Debido a que son muestras normalmente consolidadas, el esfuerzo desviador máximo se mantiene relativamente estable cuando las deformaciones aumentan más allá de la falla.

Como se trata de un ensayo no drenado, los cambios de volumen durante la etapa de falla son nulos y por consiguiente la relación entre el

esfuerzo isotrópico promedio  $p'$  y volumen específico,  $v$ , es constante. En la figura 8 se representa tal función para los tres ensayos. Nótese la relación entre la figura 7 y la figura 8.

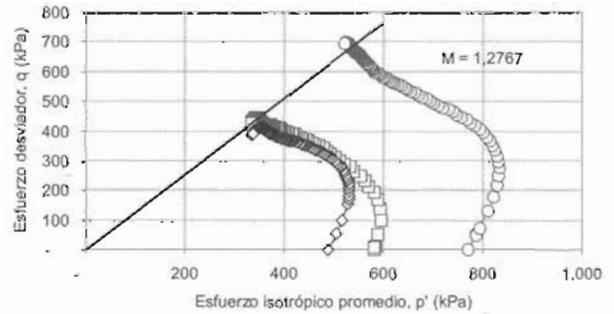


Figura 7. Línea de estado crítico

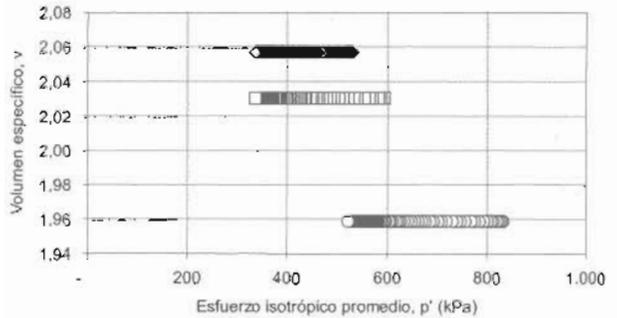


Figura 8. Volumen específico en función del esfuerzo isotrópico promedio

Si se representa el eje horizontal de esta última figura en escala logarítmica se obtiene una gráfica como la mostrada en la que se observa la línea de consolidación normal y la línea de estado crítico, de manera similar al esquema de la figura 3. En este caso, la pendiente es aproximadamente la misma  $\lambda=0.2095$ .  $G=3.2575$  y  $N=3.3714$

Adicionalmente se puede identificar el esfuerzo equivalente  $p'e$  para construir la gráfica normalizada  $p/p'e$  vs.  $q/p'e$ . En la se observa la superficie de Roscoe que es obtenida de los tres ensayos. Si bien la correlación no es perfecta, es claro que mediante este procedimiento puede obtenerse una tendencia media que permita ajustarse a un modelo de comportamiento.

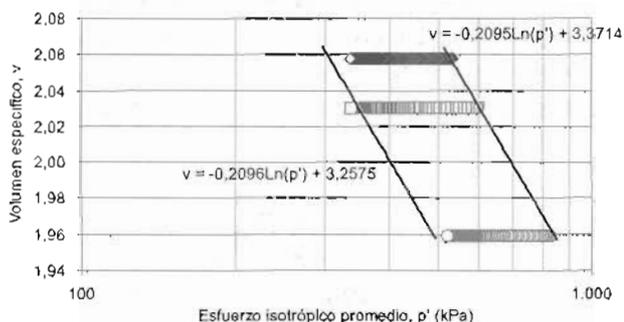


Figura 9. Línea de consolidación normal y línea de estado crítico

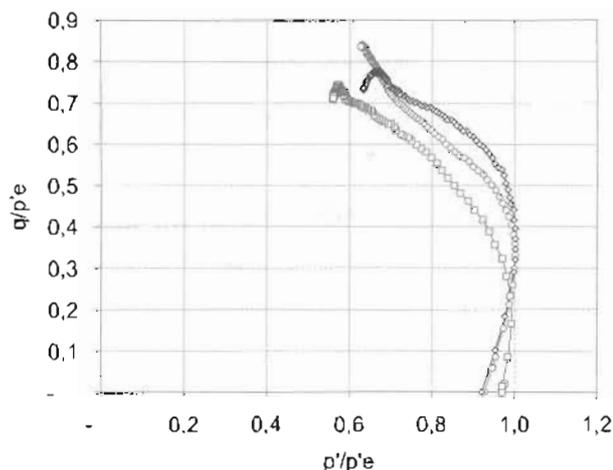


Figura 10. Superficie de Roscoe

## CONCLUSIONES

La teoría del estado crítico permite una mayor versatilidad en la interpretación de resultados, al obtener parámetros, con los que se puede caracterizar el comportamiento mecánico de los suelos, independientemente de la historia de esfuerzos y de las relaciones de preconsolidación del material.

Los datos experimentales no se ajustan en su totalidad a los previstos por el modelo. Esto se debe a la naturaleza inalterada y heterogénea de los materiales ensayados, lo que entre otras trae como consecuencia: las tres muestras no son

totalmente idénticas y se presentan variaciones locales en los esfuerzos y deformaciones dentro de una misma muestra. Por lo anterior, los resultados mostrados en el presente artículo, pueden considerarse bastante satisfactorios y animan al grupo investigador a seguir con la metodología propuesta.

El equipo de compresión triaxial utilizado, permite una gran versatilidad de ensayos, basta algunas adaptaciones adicionales para conseguir desarrollar trayectorias de esfuerzo mas complejas.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] ATKINSON, J.H. and BRANSBY, P.L. The mechanics of soils, an introduction to critical state soils mechanics. London: McGraw Hill, 1978. 378p.
- [2] BERRY, P y REID, D. Mecánica de Suelos. London: McGraw Hill, 1993.
- [3] BIAREZ, J. and HICHER, P. Elementary Mechanics of soil behaviour. Balkema, Rotterdam, 1993.
- [4] CAICEDO, B. Bases teóricas para la zonificación geotécnica de Santafé de Bogotá. En: Seminario sobre microzonificación sismogeotécnica y vulnerabilidad de ciudades. Bogotá: Universidad de los Andes, 1995.
- [5] CAICEDO, B. y LÓPEZ Fernando; Resultados del Estudio Geotécnico de la Zonificación Sísmica de Bogotá. En: IX Jornadas Geotécnicas. Sociedad Colombiana de Ingenieros. Bogotá, 1997.
- [6] CAICEDO, B. y LÓPEZ Fernando; Reología de Suelos. Modelo de comportamiento dinámico. En: IX Jornadas Geotécnicas. Sociedad Colombiana de Ingenieros. Bogotá, 1997.
- [7] DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO DE PLANEACION DISTRICTAL, Decreto 074 de enero 30 de 2001. Bogotá, 2001.

- [8] FOX, P. Solution Charts for finite strain consolidation of normally consolidated clays. En: Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol. 125, No. 10. American Society of Civil Engineers. October, 1999.
- [9] HØEG, K. Et al. Strength of undisturbed versus reconstituted silt and silty sand specimens. En: Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol. 126, No. 7. American Society of Civil Engineers. July, 2000.
- [10] INGEOMINAS-UNIVERSIDAD DE LOS ANDES. Microzonificación Sísmica de Santa Fe de Bogotá. Bogotá. Ingeominas. Bogotá, 1997.
- [11] INSTITUTO NACIONAL DE VÍAS. Normas de ensayo de materiales para carreteras. Bogotá: Escuela Colombiana de Ingeniería, 1998.
- [12] NARANJO Alberto. Introducción a la reología. Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas. Medellín, 1999.
- [13] NEWMARK, N.M. Failure hypotheses for soils. En: Research Conference on shear strength of cohesive soils. ASCE. Colorado University. Boulder, 1960.
- [14] PREVOST, J. and POPESCU, R. Constitutive Relations for Soils Materials. En: Electronic Journal of Geotechnical Engineering. Paper 9609., 1996. Disponible desde Internet en: <http://geotech.civen.okstate.edu/ejge/ppr9609/index.htm>
- [15] SANGLERAT, G. y COSTET, J. Curso Práctico de Mecánica de Suelos. Barcelona: Ediciones Omega, 1975. 653p.
- [16] SENOL, A. and SAGLAMER A. Determination of Pre-consolidation pressure with a New, "Strain Energy-Log Stress" Method. En: Electronic Journal of Geotechnical Engineering. Paper 012., 2000. Disponible desde Internet en: <http://geotech.civen.okstate.edu/ejge/Ppr0015/Part1.htm>
- [17] TERZAGHI, K. Theoretical soil mechanics. Wiley, 1943.
- [18] TERZAGHI, K. Mecánica de suelos en la ingeniería práctica. Barcelona: El Ateneo, 1980.