

## UTILIZACIÓN DEL MODELO CAM-CLAY MODIFICADO EN SUELOS COHESIVOS DE LA SABANA DE BOGOTÁ

## USE OF MODIFIED CAM-CLAY MODEL IN COHESIVE SOILS OF THE SABANA DE BOGOTÁ

Javier Fernando Camacho Tauta<sup>1</sup>  
Óscar Javier Reyes Ortiz<sup>2</sup>  
Paula Bibiana Bueno Pumarejo<sup>3</sup>

Grupo de investigación en geotecnia  
Universidad Militar Nueva Granada

Fecha de recepción: 2 de marzo de 2004

Fecha de aprobación: 13 de abril de 2004

### RESUMEN

Con el fin de estudiar el comportamiento mecánico de arcillas típicas de la Sabana de Bogotá, se llevó a cabo un programa de investigación experimental en laboratorio que incluyó ensayos básicos de caracterización, consolidación unidimensional y compresión triaxial consolidada no drenada.

De los resultados se obtuvieron los principales parámetros de resistencia y deformabilidad de acuerdo con la teoría del estado crítico. Estos parámetros permiten conformar un modelo de comportamiento bajo el régimen elastoplástico. Se utilizó el modelo Cam-Clay Modificado (CCM) para reproducir las deformaciones resultantes para cada trayectoria de esfuerzos aplicada.

Se compararon las curvas producidas por el modelo con respecto a los resultados experimentales, lo que permitió identificar bajo cuales condiciones el modelo simula mejor el comportamiento del suelo y sobre qué variables se debe trabajar para obtener un modelo constitutivo completo.

**PALABRAS CLAVE:** elastoplasticidad, Cam-Clay, modelos constitutivos.

### ABSTRACT

---

<sup>1</sup> Ingeniero civil UMNG. Magíster en Ingeniería Civil Universidad de los Andes. Docente UMNG. E-mail: [jcamacho@umng.edu.co](mailto:jcamacho@umng.edu.co)

<sup>2</sup> Ingeniero civil Universidad de los Andes. Magíster en Ingeniería Civil Universidad de los Andes. Jefe del área de geotecnia UMNG

<sup>3</sup> Ingeniera civil UMNG

An experimental research program was carried out on typical clays of The Sabana de Bogotá. Basic tests of characterization, one-dimensional consolidation and not drained consolidated triaxial compression were executed.

The main parameters of strength and deformability in agreement with critical state theory were obtained. These parameters allow to conform an elasto-plastic model called Modified Cam-Clay (MCC) to reproduce the resulting strains for each applied stress path. The plots produced by the model were compared with experimental results, which allowed to identify which conditions the model simulates best the behavior of soil and on which variables is due to work in order to obtain a complete constitutive model.

**KEYWORDS:** elastoplasticity, Cam-Clay, constitutive models.

## I. INTRODUCCIÓN

La utilización de modelos numéricos para explicar el comportamiento mecánico de los suelos ha tenido gran avance en los grupos de investigación. Una de las mayores dificultades que existen para su implementación en el análisis y diseño de estructuras geotécnicas es la cantidad de parámetros necesarios para caracterizar un suelo específico. A mayor número de parámetros, se requieren ensayos de laboratorio más complejos y por consiguiente una mayor inversión en la etapa de diseño. Lo anterior se justifica cuando esta mayor inversión redunde en ahorros en costos de construcción y reducción de la incertidumbre, debido a soluciones de ingeniería más adecuadas para las condiciones específicas del proyecto.

Por otra parte, la paulatina implementación de aplicaciones informáticas especializadas que utilizan modelos constitutivos, hace necesario un mayor conocimiento de sus posibilidades y condiciones de aplicación, que permitan un mejor y más consciente aprovechamiento de sus capacidades.

Teniendo en cuenta estas dos consideraciones, se buscó un modelo constitutivo que fuera relativamente fácil de utilizar y cuyos parámetros pudieran encontrarse mediante ensayos convencionales de laboratorio. El modelo Cam-Clay modificado (CCM) [10], presenta estas dos características. Sin embargo, no siempre se ajusta al comportamiento real de los materiales.

Por medio de un programa de ensayos de laboratorio, realizado a especímenes de diferentes tipos de suelo cohesivo de la Sabana de Bogotá y sometidos a diferentes condiciones de consolidación, se buscó identificar las circunstancias bajo las cuales el modelo tiene mejor rendimiento y sobre cuáles variables deben centrarse futuras investigaciones.

## II. MARCO CONCEPTUAL

El marco conceptual del estudio se basa en análisis de las relaciones esfuerzo deformación en un ensayo triaxial, su representación en el espacio  $p' - q - v$  (teoría del

estado crítico) y la formulación del modelo Cam-Clay modificado. A continuación se presentan los tres aspectos.

### A. Relaciones esfuerzo-deformación en un ensayo triaxial (CUPP)

En la Figura 1 se representa un espécimen de suelo sometido a un estado de esfuerzos en una cámara de compresión triaxial convencional. Este estado puede ser expresado en términos del esfuerzo isotrópico promedio ( $p'$ ) y el esfuerzo desviador ( $q$ ), los cuales son función del esfuerzo axial efectivo ( $\sigma'_a$ ) y el esfuerzo radial efectivo ( $\sigma'_r$ ) [2]:

$$\begin{bmatrix} p' \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_a \\ \sigma'_r \end{bmatrix} \quad (1)$$

Este estado de esfuerzos va cambiando en la medida que se progresa en la etapa de falla del ensayo. Se define  $\delta p'$  el cambio en el esfuerzo isotrópico efectivo y  $\delta q$  el respectivo cambio en el esfuerzo cortante. A medida que se incremente el estado de esfuerzos, se pueden presentar incrementos en las deformaciones tanto volumétricas ( $\delta \varepsilon_p$ ), como cortantes ( $\delta \varepsilon_q$ ), las cuales además podrán ser elásticas y/o plásticas. En términos incrementales:

$$\delta \varepsilon_p = \delta \varepsilon_p^e + \delta \varepsilon_p^p \quad (2)$$

$$\delta \varepsilon_q = \delta \varepsilon_q^e + \delta \varepsilon_q^p \quad (3)$$

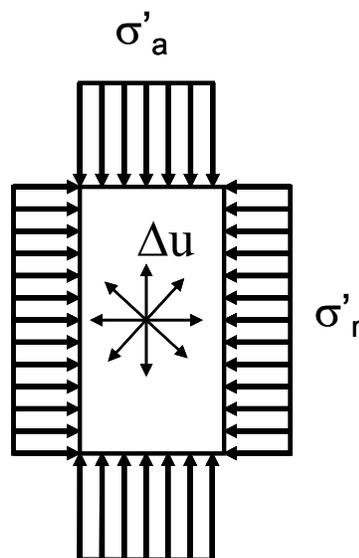


Figura 1. Muestra de suelo sometida a un estado triaxial de esfuerzos

donde:

$\delta \varepsilon_p^e$  : Incremento en la deformación volumétrica elástica

$\delta\varepsilon_p^p$  : Incremento en la deformación volumétrica plástica

$\delta\varepsilon_q^e$  : Incremento en la deformación cortante elástica

$\delta\varepsilon_q^p$  : Incremento en la deformación cortante plástica

Por otra parte, las deformaciones volumétrica y cortante se pueden evaluar en términos de la deformación axial ( $\delta\varepsilon_a$ ) y la deformación radial ( $\delta\varepsilon_r$ ):

$$\begin{bmatrix} \delta\varepsilon_p \\ \delta\varepsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2/3 & -2/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\varepsilon_a \\ \delta\varepsilon_r \end{bmatrix} \quad (4)$$

En el caso particular de un ensayo triaxial consolidado no drenado (CUPP), al impedirse el drenaje durante la etapa de falla, la deformación volumétrica es nula. De la ecuación (2) se obtiene:

$$0 = \delta\varepsilon_p^e + \delta\varepsilon_p^p \quad (5)$$

De la ecuación (4):

$$\delta\varepsilon_q = \delta\varepsilon_a \quad (6)$$

Wood [11] hace un detallado análisis de las relaciones esfuerzo – deformación tanto en régimen elástico como plástico.

## B. El espacio $p'$ - $q$ - $v$

En la Figura 2 se representan la trayectorias de esfuerzos seguidas por tres especímenes de un suelo, durante un ensayo triaxial CUPP. En la parte a) se observa la relación entre el esfuerzo desviador y la deformación axial. La pendiente de la parte inicial de cada curva representa el módulo de Young ( $E_u$ ). Resulta de particular interés obtener el módulo cortante ( $G'$ ), que bajo condiciones no drenadas corresponde a:

$$G' = \frac{E_u}{3} \quad (7)$$

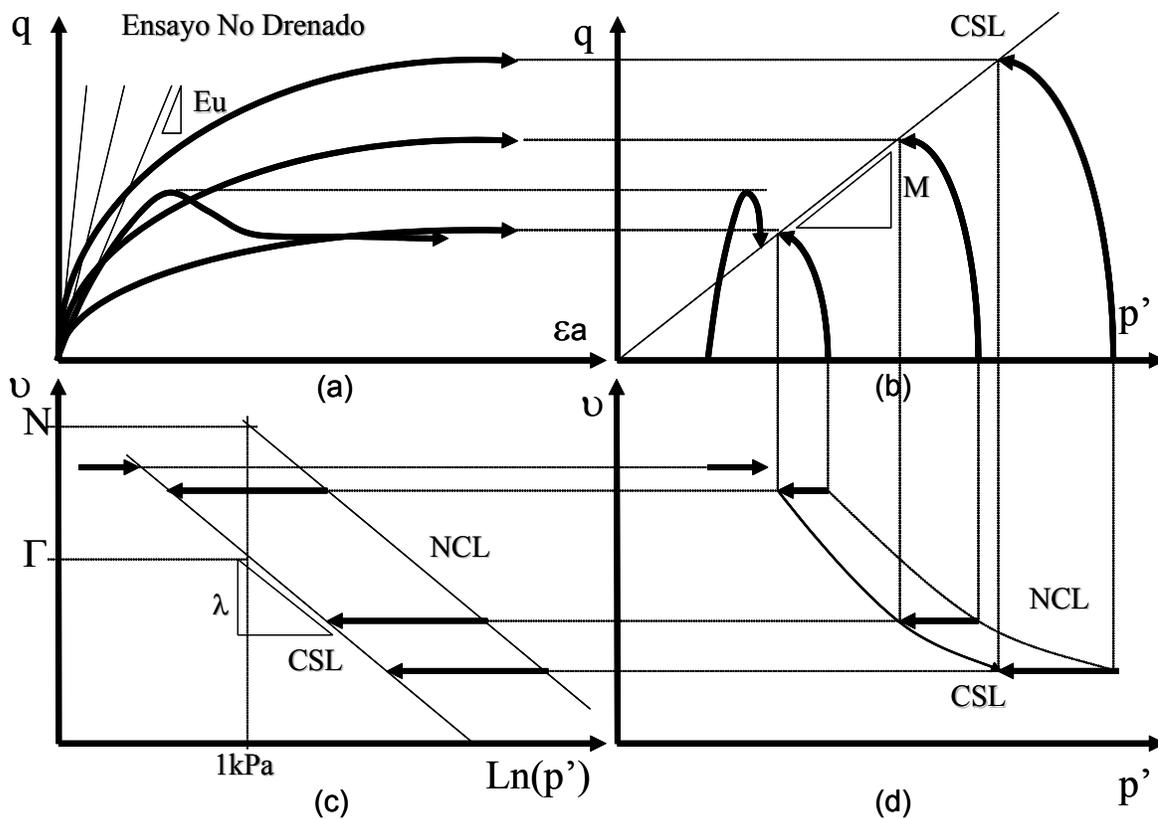
En la parte b) de la Figura 2 se observa la línea de estado crítico (CSL) hacia la cual confluyen las tres trayectorias en el plano  $p'$ - $q$ . La pendiente de esta línea se simboliza con la letra  $M$ . En la parte d) de la misma Figura se observa cada trayectoria en el plano  $p'$ - $v$ , donde  $v$  es el volumen específico del material.

Las trayectorias avanzan desde la línea de consolidación normal (NCL) hasta la línea de estado crítico (CSL). En la parte c) de la Figura 2 se representa la misma información pero el eje de las abscisas se encuentra en escala logarítmica. Las líneas NCL y CSL son aproximadamente paralelas con una pendiente  $\lambda$ . Para un esfuerzo unitario (1 kPa) el valor del volumen específico en la línea NCL es  $N$  y en la línea CSL es  $\Gamma$ . Atkinson [2]

presenta en detalle la teoría del estado crítico. Camacho [6] explica los elementos de esta teoría y la ilustra con un ensayo triaxial no drenado.

$\lambda$  tiene relación con la pendiente de la línea de consolidación normal en un ensayo de consolidación unidimensional (Figura 3) a través de la siguiente expresión:

$$\lambda \approx \frac{C'_c}{2.3} \quad (8)$$



Similarmente,  $\kappa$  se halla como:

$$\kappa \approx \frac{C'_s}{2.3} \quad (9)$$

Figura 2. Representación de un ensayo triaxial en el espacio  $p' - q - v$

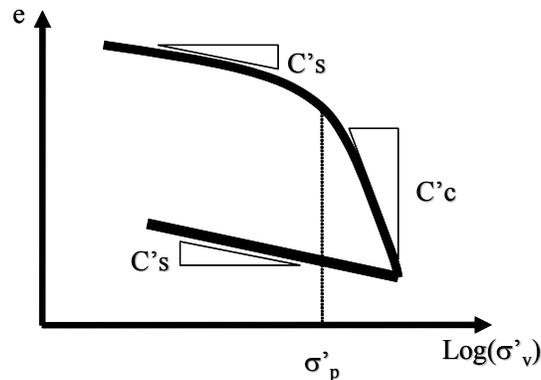


Figura 3. Curva de consolidación unidimensional

### C. El modelo Cam-Clay modificado

El comportamiento de los suelos arcillosos se ha constituido en objeto de estudio debido a su importancia para la geotecnia y la ingeniería civil en todo el mundo. Como resultado de lo anterior se han desarrollado diferentes modelos elastoplásticos. Un modelo permite simular en computador el comportamiento de los suelos arcillosos [5]. El tipo de modelo más popular ha sido el desarrollado por Roscoe y Burland en 1968 denominado Cam-Clay modificado (MCC), el cual se basa en cuatro principios: propiedades elásticas, superficie de fluencia, potencial plástico y ley de endurecimiento.

#### 1. Propiedades elásticas

Son la relación entre el incremento en los esfuerzos efectivos ( $\delta p'$  y  $\delta q$ ) y los incrementos en deformaciones elásticas del material ( $\delta \varepsilon_p^e$  y  $\delta \varepsilon_q^e$ ). Esta relación se representa en forma matricial en la ecuación (10). La matriz diagonal indica la ausencia de relación entre los efectos distorsionales y volumétricos.

$$\begin{bmatrix} \delta \varepsilon_p^e \\ \delta \varepsilon_q^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa/v \cdot p' & 0 \\ 0 & 1/3G' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p' \\ \delta q \end{bmatrix} \quad (10)$$

#### 2. Superficie de fluencia

Es el lugar geométrico en el espacio de esfuerzo  $p'$ - $q$  que delimita la combinación de esfuerzos ( $p'$  y  $q$ ) que produce o no deformaciones plásticas. La superficie de fluencia tiene forma de elipse, la cual está centrada en el eje de coordenadas  $p'$ , y la ecuación que la representa es:

$$\frac{p'}{p'_o} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (11)$$

Donde:

$\eta$  : Cociente entre los esfuerzos  $p'$  y  $q$

$p'_o$  : Esfuerzo que controla el tamaño de la superficie de fluencia

$M$  es la pendiente de la línea de estado crítico (CSL) que controla la forma de la superficie de fluencia. En la Figura 4 se representa la superficie de fluencia. Cuando la pareja de datos  $p'$  y  $q$  se localiza en un punto dentro de esta superficie, únicamente se presentan deformaciones elásticas; por el contrario una vez la trayectoria alcanza a la elipse, se presenta fluencia y además de las deformaciones elásticas se empiezan a presentar deformaciones plásticas.

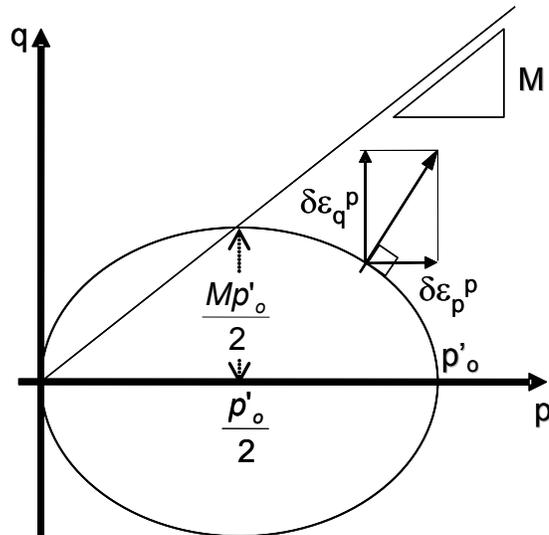


Figura 4. Superficie de fluencia del modelo Cam-Clay modificado

### 3. Potencial plástico

Expresa cómo es el mecanismo mediante el cual se presentan las deformaciones plásticas y la relación entre las componentes volumétrica ( $\delta\epsilon_p^p$ ) y cortante ( $\delta\epsilon_q^p$ ). El modelo asume una condición de normalidad, es decir que existe una estrecha relación entre la superficie de fluencia y el potencial plástico. En la Figura 4 se representa mediante un vector la magnitud de deformación plástica. La componente vertical de este vector es el incremento en la deformación cortante plástica ( $\delta\epsilon_q^p$ ) y la componente horizontal es el incremento en la deformación la volumétrica plástica ( $\delta\epsilon_p^p$ ). Este vector siempre es perpendicular a la superficie de fluencia, así que si se conoce la ecuación de la superficie de fluencia, se puede conocer la dirección del vector. Realizando las derivaciones correspondientes, se encuentra la relación entre las deformaciones plásticas:

$$\frac{\delta\epsilon_p^p}{\delta\epsilon_q^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (12)$$

#### 4. Ley de endurecimiento

Esta ley indica cuáles son las magnitudes de las deformaciones plásticas y qué tanto puede cambiar la superficie de fluencia. El tamaño de la superficie de fluencia depende de  $p'_o$ , pero este valor no es constante, pues a su vez depende de la variación en la deformación volumétrica plástica:

$$\frac{\partial p'_o}{\partial \varepsilon_p^p} = \frac{v \cdot p'_o}{\lambda - \kappa} \quad (13)$$

### III. METODOLOGÍA

El programa de investigación [4] , [8] realizó las siguientes actividades:

#### 1. Obtención de muestras

Se seleccionaron sitios dentro de la Sabana de Bogotá donde se encuentran capas de suelos arcillosos. Se buscó variabilidad de suelos cohesivos desde el punto de vista de plasticidad. Se realizaron sondeos manuales hasta profundidades de 6 m y se extrajeron muestras inalteradas. Estos sondeos se llevaron a cabo en los municipios de Cajicá, Madrid, Chía y zonas dentro de la capital, como El Can, El Barrio Restrepo y Ciudad Salitre. La alteración de las muestras produce variación en las propiedades de los materiales [9] y por consiguiente se hace necesario tomar las máximas precauciones para disminuir la posibilidad de alteración.

#### 2. Ensayos de caracterización

A las muestras recolectadas se les realizaron ensayos de clasificación (límites de Atterberg) y ensayos físicos (humedad natural y gravedad específica de sólidos)

#### 3. Ensayos de consolidación

Se ejecutaron ensayos de consolidación unidimensional lenta con descarga para obtener las pendientes  $C'_c$  y  $C'_s$  junto con el esfuerzo de preconsolidación  $\sigma'_p$ . A partir de esta información se consiguieron los valores de  $\lambda$  y  $\kappa$

#### 4. Ensayos de compresión triaxial

Se llevaron a cabo ensayos de compresión triaxial del tipo consolidado no drenado con registro de presión de poros (CUPP) para obtener los siguientes parámetros:  $G'$ ,  $v$  y  $M$ .

#### 5. Análisis de la información

Para alcanzar los objetivos propuestos, el análisis consistió en comparar resultados experimentales con las estimaciones del modelo (validación del modelo). En la Figura 5

se presenta el diagrama de flujo para calcular la deformación axial de una muestra durante el proceso de compresión triaxial en un ensayo CUPP, conocidas las trayectorias de esfuerzo  $p'$  y  $q$ .

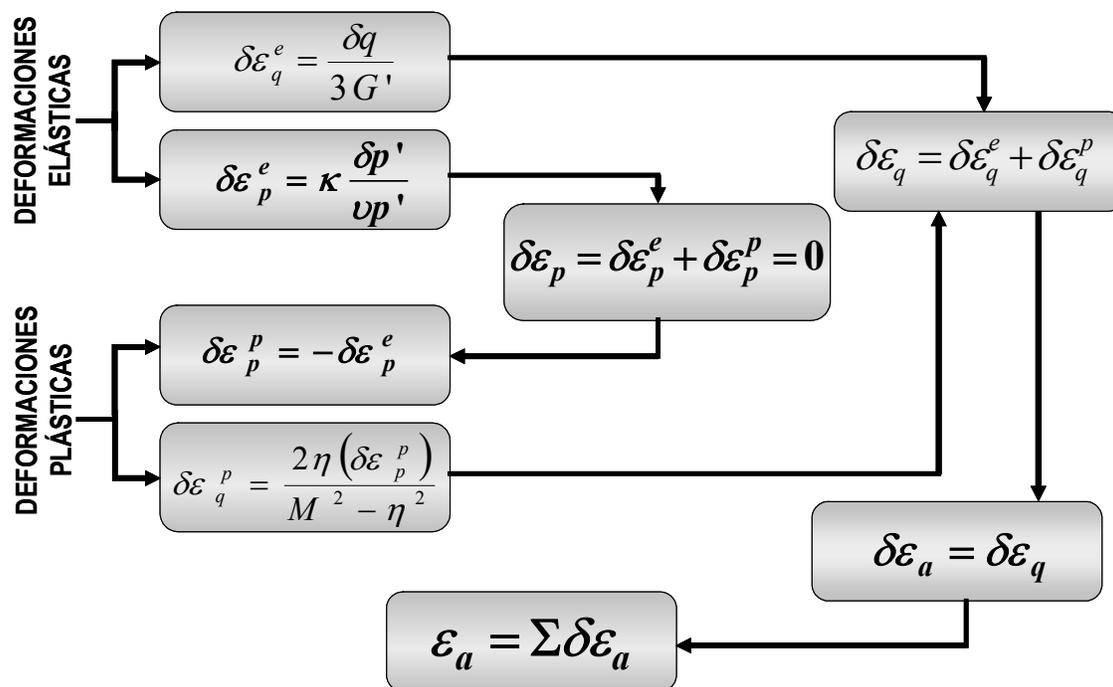


Figura 5. Metodología para la validación del modelo

#### IV. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez obtenidos los parámetros del modelo y las deformaciones axiales, se compararon las curvas reales con las estimadas por el modelo.

En la Figura 6 se presentan los resultados para un conjunto de tres muestras normalmente consolidadas bajo elevadas presiones de confinamiento. Las predicciones del modelo se aproximan satisfactoriamente a los resultados experimentales. Se aprecia la primera parte de la curva donde la deformación es principalmente elástica; posteriormente el componente plástico empieza a tener mayor importancia hasta que finalmente se consigue la condición de estado crítico.

En la Figura 7 se presentan resultados similares para dos muestras; sin embargo, en este caso se trata de especímenes ligeramente preconsolidados. Se observa una adecuada similitud entre el modelo y los datos únicamente para pequeñas deformaciones; a medida que progresa el esfuerzo desviador, las deformaciones estimadas por el modelo se alejan sustancialmente de los datos registrados.

Este tipo de observación se repitió para todos los suelos analizados, encontrando que a mayor relación de preconsolidación, mayores diferencias se encuentran entre el modelo y los datos reales.

También se encontró que a medida que el confinamiento aumenta, el modelo Cam-Clay presenta un mejor comportamiento.

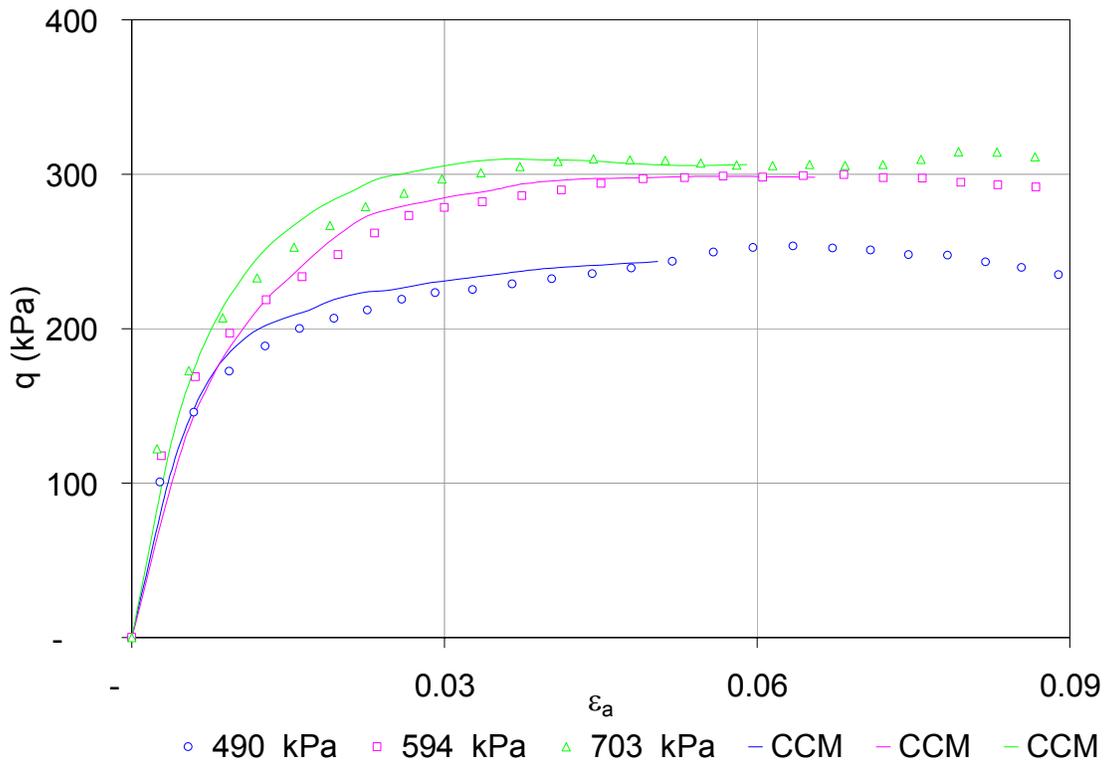


Figura 6. Curvas esfuerzo – deformación para muestras normalmente consolidadas

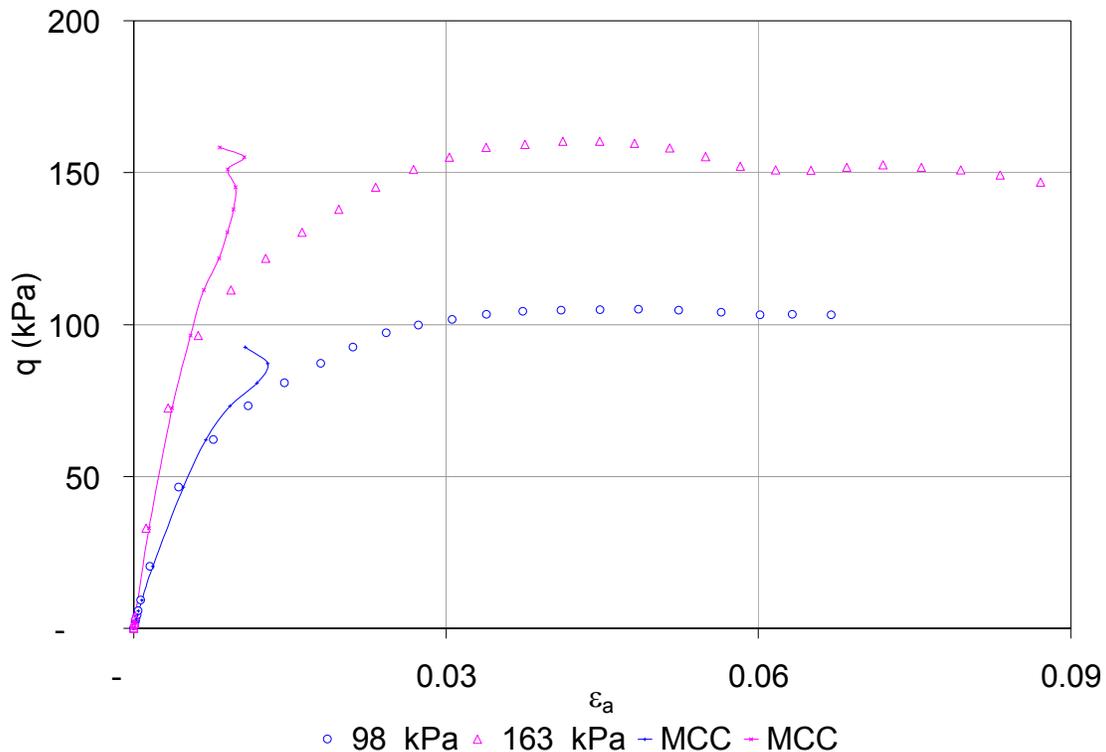


Figura 7. Curvas esfuerzo – deformación para muestras preconsolidadas

## V. CONCLUSIONES

El comportamiento del modelo según lo observado en el desarrollo de esta investigación está sujeto a variables de alta sensibilidad como son el volumen específico y en especial la pendiente de la línea de expansión.

El modelo es poco aceptable en la reproducción del comportamiento para arcillas preconsolidadas (Figura 7).

En general, el modelo se comporta mejor en especímenes normalmente consolidados con altos valores de confinamiento (Figura 6).

Lo anterior se debe a que un alto valor de confinamiento en la cámara triaxial (confinamiento que es isotrópico) reduce los efectos de la historia anisotrópica de esfuerzos. El modelo CCM no tiene en cuenta la anisotropía del material y por consiguiente reproduce mejor el comportamiento de los materiales cuando éstos se acercan a la isotropía [7].

Es necesario llevar a cabo un estudio sobre la incidencia de la anisotropía en el comportamiento mecánico de los suelos y buscar un modelo que incluya el efecto de esta variable. Ananadarajah [1] analiza la incidencia de esta variable sobre muestras

de caolinita. Zeng [12] estudia la anisotropía midiendo la velocidad de la onda cortante en dos direcciones ortogonales.

## VI. AGRADECIMIENTOS

El grupo de investigación en geotecnia agradece el apoyo brindado por la Universidad Militar Nueva Granada a través del proyecto de investigación ING-2002-008, así como a los estudiantes que participaron en los ensayos de laboratorio y el procesamiento de la información.

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ananadarajah, A., Kuganenthira N., y Zhao D.(1996). "Variation of fabric anisotropy of kaolinite in triaxial loading". *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE*, 122(8), 633-640.
- [2] Atkinson, J.H. and Bransby, P.L. (1978). "The mechanics of soils, an introduction to critical state soils mechanics. London: McGraw Hill, 1993. 415p.
- [3] Biarez J. y Hicher, P. (1993). "Elementary mechanics of soil behaviour". Balkema, Rotterdam.
- [4] Bueno P. y Cruz O. (2003). "Utilización del modelo Cam-Clay sobre muestras inalteradas de arcillas de la Sabana de Bogotá". Proyecto de Grado Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá.
- [5] Caicedo B., López F. (1997). "Resultados del estudio geotécnico de la zonificación sísmica de Bogotá". IX Jornadas Geotécnicas. Sociedad Colombiana de Ingenieros. Bogotá.
- [6] Camacho J, Reyes O. y Morantes I. "La teoría del estado crítico como herramienta para la interpretación de ensayos triaxiales en suelos cohesivos". En: *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*. Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá.
- [7] Chang M. Teh C. y Cao L. (1999) "Critical state strength parameters of saturated clays from the modified cam clay model" *Canadian Geotechnical Journal*. 36: 876-890.
- [8] Fonseca O. y Guerra S. (2003) "Utilización del modelo Cam-Clay sobre muestras remoldeadas de arcillas de la Sabana de Bogotá". Proyecto de Grado Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá.
- [9] Hoeg K. et al. (2000). "Strength of undisturbed versus reconstituted silt and silty sand specimens". En: *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*. Vol. 126. No. 7. American Society of Civil Engineers.

- [10] Schofield A., Wroth P. (1968) "Critical state soil mechanics" McGraw-Hill, England.
- [11] Wood, D. (1990). "Soil behaviour and critical state soil mechanics". Cambridge University Press. 462 p.
- [12] Zeng X. y Ni B. (1999) "Stress-induced anisotropic  $G_{max}$  of sands and its measurement". Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. Vol. 125 No. 9. Paper No. 1829.