



El razonamiento matemático en personas con discapacidad visual a través del modelo Van Hiele

A mathematical reasoning of visual handicapped people based on Van Hiele's model

Autores:

Andrea del Pilar Alvarado Camacho*
Yaneth Lucía Hernández Castellanos**
Bogotá Colombia

Fecha de presentación: marzo 15 de 2013
Fecha de aceptación: mayo 15 de 2013

Resumen

La investigación de tipo acción educativa, enmarcada en un estudio de caso múltiple, analizó el razonamiento matemático de tres estudiantes con discapacidad visual con base en el modelo Van Hiele, para el proceso de aprendizaje de geometría. La investigación se realizó en Bogotá en la IED José Félix Restrepo, jornada nocturna. El modelo de pensamiento matemático Van Hiele se fundamenta en un proceso concreto que se sintetiza en dos partes: una descriptiva que identifica unos tipos de razonamiento llamados “niveles de razonamiento” y otra instructiva, que sugiere a los docentes unas directrices que están pensadas para facilitar el aprendizaje del estudiante.

El estudio evidenció que este modelo es apropiado. Los estudiantes que operaban en un nivel uno avanzaron a un nivel tres de razonamiento, sin llegar a una demostración formal, lo que permitió desarrollar la capacidad de inferir, justificar y organizar habilidades que se usan en muchas situaciones, no solo académicas sino también de la vida cotidiana.

Palabras clave:

Discapacidad visual, inclusión educativa, razonamiento matemático, modelo Van Hiele.

*Docente de matemáticas y física. Asesora pedagógica y académica. anpialca@hotmail.com

** Especialista en Gerencia Integral de las Telecomunicaciones. Licenciada en Electrónica, con formación en PMI. luciahernandezc@misena.edu.co



Revista Academia y Virtualidad

Abstract

This research analysed a mathematical reasoning given by three blind students by applying the Van Hiele model for a learning process of geometry. It was conducted at IED Jose Felix Restrepo, night shift, in Bogota City. Under this model, mathematical thinking follows a particular pattern which is synthesized by two parts, i.e. a descriptive identifying a type of reasoning called “reasoning levels” and the instructive or prescriptive one which suggests guidelines which meant teachers to facilitate student learning. It was concluded that this model for studying the mathematical reasoning in the resolution of geometrical problems in this population is appropriated and relevant because students attending 1st level advanced to 3rd level, by allowing them just to acquire reasoning abilities to infer, justify and organize concepts and ideas, skills that may be used in many circumstances not only academic but also living daily life.

Key words:

Visual disability, Educative involvement, Mathematical reasoning, Van Hiele’s model.

Introducción

Según Van Hiele, el pensamiento matemático sigue un modelo concreto que se sintetiza en dos partes: una parte descriptiva, que identifica unos tipos de razonamiento llamados “Niveles de Razonamiento” y otra parte instructiva o prescriptiva que sugiere a los docentes unas directrices, las cuales están pensadas para facilitar el aprendizaje del estudiante (Gutiérrez, A. y Jaime, A. 1987).

Así, se planteó la pregunta: ¿cómo caracterizar el razonamiento matemático para la noción de Congruencia de Triángulos a través del Modelo Van Hiele de los estudiantes con discapacidad visual de la IED José Félix Restrepo? Por medio de esta investigación se indagó el razonamiento matemático utilizado por estos estudiantes en el estudio de la congruencia de triángulos, sin llegar a una construcción formal, pues se considera que la geometría, desde el punto de vista cognitivo es capaz de desarrollar habilidades de visualización y construcción (Alsina Claudi et al. 1998). De esta forma, se aportan elementos fundamentales para el

desarrollo espacial del estudiante con discapacidad visual y lo ayuda a entender, describir e interactuar con el espacio que lo rodea.

Este trabajo investigativo surgió de la reflexión y el propósito de aportarle a la población en situación de discapacidad, los conocimientos propios de la Geometría y contribuir con soluciones específicas que atiendan a la inclusión educativa, como algo concerniente a la razón de ser de la profesión docente.

El trabajo comienza con la realización de una fase de exploración y observación del contexto, posteriormente se aplicó una prueba diagnóstica, para analizar en qué nivel de razonamiento operaban. En seguida se llevó a cabo una fase introductoria de conceptualización y se aplicó la propuesta “Módulo de implementación pedagógica del modelo Van Hiele para la noción Congruencia de Triángulos”, partiendo del nivel 1 o de reconocimiento, para ascender al nivel 3 o de clasificación; diseñado de acuerdo con las cinco fases propuestas para avanzar de un nivel a otro.



Revista Academia y Virtualidad

En conclusión, la propuesta permitió observar que para esta población el Modelo Van Hiele, para el desarrollo del razonamiento matemático en Geometría, es apropiado y pertinente. Por medio de la interacción táctil y auditiva con materiales apropiados se evidenció que la visión no es esencial para el aprendizaje de la misma y que se puede dar a través de diferentes sentidos.

Los referentes conceptuales que sustentan esta investigación se basan en tres perspectivas: en primer lugar, la Educación Especial, específicamente en la Discapacidad Visual, según Natalie Barraga (1992), lo que la persona con discapacidad visual toca, oye, ve, huele y gusta es interiorizado y almacenado como un modelo que corresponde al medio y determina su conocimiento acerca del mundo y de sí mismo con respecto a ese mundo. La información que llega por los sentidos es recibida, interpretada, combinada y conservada en el cerebro.

El desarrollo cognitivo para el estudiante con discapacidad visual es fruto de la interacción con el entorno. El estudiante percibe los estímulos, los selecciona, organiza y asimila. Con la vista analiza lo que sucede a su alrededor, se comunica con las personas que le rodean y anticipa lo que va a ocurrir.

Pero la ceguera limita la interpretación de los estímulos del entorno porque llegan al estudiante de forma incompleta. Por ello, tiene que compensar la restricción de acceso a la información visual con los demás sistemas sensoriales. Estos elementos teóricos apuntaron a la reflexión sobre el trabajo con esta población.

En segundo lugar el Modelo Van Hiele (Gutiérrez, y Jaime, 1991), que permitió orientar la intervención didáctica que llevó al estudiante, desde las nociones

básicas en geometría, hasta llegar a la construcción del concepto de Congruencia de Triángulos.

Y por último, la Educación de Adultos, basados en los aportes de Feuerstein que apunta la modificabilidad cognitiva de las personas (Feuerstein, 1993), válida en la población adulta con discapacidad visual, pues son personas que cuentan con todas sus capacidades para mejorar su desarrollo cognitivo solo que necesitan la adaptación respectiva. El estudiante con discapacidad visual necesita una educación que parta de sus posibilidades y respete su especificidad, sin centrarse exclusivamente en sus limitaciones.

Se emplea una pedagogía o didáctica similar a la que se usa para el resto de los estudiantes, pero con los instrumentos y técnicas necesarias para que el estudiante con esta discapacidad pueda acceder a la información.

Metodología

El diseño de investigación se centró en un proceso que se encuentra basado en un tipo de investigación acción educativa. La investigación acción es un proceso activo cuyo centro de atención se encuentra en el mejoramiento de las prácticas. Dicho proceso se focaliza en la transformación positiva de las prácticas con el objeto de proveer medios para traducir en acciones.

En este sentido, se realizó un análisis en forma de espiral donde se tienen en cuenta los ciclos de planificación, acción, observación sistemática y reflexión de la realidad estudiada, promoviendo así la “teorización sobre la práctica, indagando y comprendiendo las relaciones entre circunstancias, acciones y consecuencias en sus propias vidas”. Para esto, se implementan las ideas en la práctica, para continuar luego, en forma de espiral, con la



reflexión sobre los cambios realizados, con el fin de transformar la práctica permanentemente. La investigación inicia con actividades encaminadas a detectar los niveles de razonamiento matemático en el conocimiento geométrico, en estudiantes con discapacidad visual de la Institución Educativa mencionada.

Para analizar estos niveles se realiza una prueba diagnóstica donde se detectan las falencias, posteriormente teniendo en cuenta los resultados obtenidos se diseñan y construyen herramientas didácticas como medios de aprendizaje significativo en el área de la Geometría.

Los instrumentos de recolección de información utilizados son:

- Observación de eventos pedagógicos y el ambiente escolar en general.
- Encuestas a estudiantes para analizar el ambiente y las metodologías implantadas en clase y para determinar el nivel de conocimientos de la geometría de los estudiantes.
- Evaluación final, para evaluar la influencia de la aplicación del Modelo, dentro del proceso de aprendizaje.
- Entrevistas para valorar el sentir de los estudiantes al aplicar la propuesta.

La investigación también se enmarca en un estudio de caso múltiple, que se interesa en producir información sobre singularidades, particularidades, acciones o situaciones del objeto de estudio. La unidad de análisis es un “conjunto de casos únicos”. La decisión de trabajar con casos múltiples refuerza la posibilidad de contrastación de datos (comparación por semejanzas y/ o por diferencias) (Sampieri, et. al. 1998). Podría decirse que metodológicamente el estudio de casos se estructura y organiza en tres momentos:

- a. Fase pre-activa: donde el instrumento básico es el diseño (flexible de la investigación).
- b. Fase interactiva: donde predomina la salida al campo y/o el trabajo sobre fuentes secundarias.
- c. Fase pos-activa o de la comunicación de resultados.

Descripción de las etapas de la investigación

Etapas de la Investigación	Objetivos Fijados
ETAPA I	Determinación del problema de la investigación. Profundizar en el marco teórico (bibliografía) para enmarcar el trabajo de investigación. Delimitación de los diferentes aspectos a considerar. Fundamentación del Marco teórico. Análisis exploratorio de los elementos contextuales.
ETAPA II	Establecimiento de la Metodología
ETAPA III	Realización del Estudio Experimental
ETAPA IV	Elaboración de las conclusiones y nuevas perspectivas

Tabla 1: Descripción de las etapas de la investigación.

Prueba de caracterización

En la prueba de caracterización se pretendió, en cada uno de los casos, analizar tres aspectos: la capacidad del estudiante de realizar conjeturas, la influencia del currículo real enseñado en el centro educativo y el nivel de razonamiento utilizado por los estudiantes en sus respuestas.

Justificación de la temática escogida “Noción de la congruencia de triángulos”

Después de realizar una fase de exploración y observación del contexto a través de los instrumentos



Revista Academia y Virtualidad

mencionados anteriormente, se realizó un análisis de los conceptos o temáticas que podría abordar la investigación, esto con el fin de aportar al trabajo que se lleva a cabo en la Institución. Así, teniendo como objetivo caracterizar el nivel de razonamiento matemático frente al pensamiento geométrico (niveles de Van Hiele) en que se encuentran los estudiantes de grado décimo con discapacidad visual, se observó que una de las grandes dificultades fue el diseño de la prueba que iban a resolver los estudiantes para la caracterización; esto debido a que la educación nocturna se fundamenta en un currículo flexible, pues las personas que asisten a este tipo de formación así lo requieren. Efectivamente el currículo del área de Matemáticas se ve afectado específicamente el de Geometría, pues ha quedado relegado y no se le ha dado la importancia que requiere.

Teniendo en cuenta estas variables se propone una prueba que permita caracterizar los niveles de razonamiento que utilizan los estudiantes a partir de los conocimientos básicos de la Geometría y que se supone, debe tener un estudiante en grado décimo, con las adecuaciones del currículo para esta jornada. Agregado a esto se apuntó al currículo establecido para grado décimo "Trigonometría", cuya base de estudio son los triángulos y de esta manera se decidió trabajar congruencia de triángulos. De ésta manera, se plantearon problemas que atendiesen a los diferentes niveles establecidos por el Modelo. La prueba consta de 10 preguntas de carácter geométrico, algunas permiten identificar los conocimientos previos elementales que manejan los estudiantes acerca de la geometría básica y otros que están enfocados al tema a trabajar congruencia de triángulos.

Para el caso de los estudiantes con discapacidad visual la aplicación de la prueba se realiza de forma oral, es decir se les leían las preguntas

y se les proporcionaba el material adecuado para que estos estudiantes tuvieran acceso a la información necesaria para dar sus respuestas (figuras geométricas en foamy, pitillos, reglas graduadas, etc.). Las respuestas de los estudiantes se daban en forma oral, lo cual permitió reconocer las debilidades que tienen en cuanto al lenguaje geométrico correspondiente.

La propuesta pedagógica:

Surge del interés y motivación de caracterizar el razonamiento matemático hacia una aproximación a la construcción del concepto de congruencia de triángulos a través del Modelo Van Hiele; con el fin de generar, conformar y desarrollar estrategias pedagógicas innovadoras que fortalecieran el aprendizaje significativo de los estudiantes con discapacidad visual.

La asignatura de geometría pretende desarrollar y potencializar en los estudiantes de la Institución, destrezas y competencias que le permitan formarse como un bachiller íntegro a partir de saberes que le posibiliten un desempeño académico, intelectual y laboral, tanto en cada uno de los grados y niveles de estudio como en sus carreras universitaria o profesional o, simplemente, en su trabajo cotidiano.

Fundamentados en los conocimientos básicos de la Geometría, se busca potencializar diferentes habilidades como la deducción, la inferencia, la justificación y la organización de información por medio del estudio de la noción de congruencia de triángulo (Echeita, 2005).

La propuesta se elaboró como herramienta didáctica para el docente de matemáticas, para orientar el proceso de aprendizaje de la geometría y está dividida en dos partes: la primera, de conceptualización de los componentes fundamentales de la geometría y la



segunda, de construcción aproximada del concepto de congruencia de triángulos. La institución cuenta con herramientas fundamentales para el trabajo de la geometría y el docente puede hacer uso de éstas.

Módulo I para la conceptualización de los componentes fundamentales de la geometría

Según los resultados obtenidos en la prueba de caracterización se vio la necesidad de aplicar una fase de conceptualización de los componentes fundamentales de la geometría, pues se evidenció que los estudiantes no recordaban o sabían conceptos fundamentales. Así se propone la fase cero o introductoria: “Generalidades y representaciones geométricas” (Clemens, et al. 1998).

Módulo II modelo Van Hiele para la noción de congruencia de triángulos

En el módulo se aborda la unidad de la noción de congruencia de triángulos, el trabajo está desglosado en dos partes:

- 1) Caracterización operativa de los niveles de Van Hiele de forma específica para la congruencia de triángulos.
- 2) Enunciado de los objetivos y las actividades en la unidad de enseñanza de congruencia de triángulos. Cada una de ellas, a su vez, está dividida en bloques de actividades correspondientes a los niveles 1 a 3 de Van Hiele. A partir del estudio teórico de las características de los niveles de razonamiento, tanto generales como particulares a la congruencia de triángulos, se propone la descripción siguiente, que muestra las destrezas que corresponden a la adquisición de cada nivel de razonamiento.

Nivel 1 (Reconocimiento)

Objetivo: reconocer triángulos congruentes
La consideración global de la congruencia de triángulos se refleja:

- Reconocer triángulos (no cambia el tamaño ni la forma).
- Identificar visualmente (tacto) grupos de triángulos: justificaciones visuales y manipulativas.
- Describir triángulos a través de sus semejanzas y diferencias físicas.
- Reconocer triángulos entre formas geométricas como cuadrados, paralelogramo, trapecio, entre otras.
- Relacionar los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente; por ejemplo, con los tópicos trabajados en la fase de conceptualización.

Nivel 2 (Análisis)

Objetivo: establecer las condiciones necesarias para la congruencia de triángulos.

La consideración de la congruencia de triángulos a través de sus elementos permite:

- Descubrir, reconocer y utilizar adecuadamente los elementos que hacen parte de un triángulo: lados y ángulos interiores. Elementos importantes para demostrar congruencia de triángulos.
- Reconocer que las figuras que manipulan son o pueden ser representantes de unas familias concretas: equiláteros, isósceles, rectángulos, escalenos.
- Utilizar la notación y el vocabulario geométrico para identificar o referirse a elementos de los triángulos.
- Identificar las propiedades suficientes para definir una congruencia de triángulos.



- Realizar mediciones para establecer la congruencia de triángulos y agruparlos según sus características. Comprobar afirmaciones en unos pocos casos, incluso en uno solo, haciendo mediciones con alguna herramienta.

Nivel 3 (Clasificación)

Objetivo: establecer las condiciones suficientes para la congruencia de triángulos

Al establecer relaciones entre las propiedades y comprender planteamientos generales se consigue:

- Argumentar la congruencia de triángulos a través de la congruencia de sus lados y de sus ángulos, realizando mediciones.
- Describir triángulos de manera formal utilizando definiciones matemáticamente correctas y comprendiendo el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.
- Deducir relaciones de las propiedades ya conocidas para determinar la congruencia de triángulos:

Para determinar congruencia entre triángulos se indica una correspondencia entre sus lados, vértices y ángulos.

Si dos lados y el ángulo comprendido entre ellos de un triángulo son respectivamente correspondientes con los dos lados y el ángulo comprendido entre ellos de otro, entonces los dos triángulos son congruentes.

Si dos ángulos y el lado comprendido entre ellos de un triángulo son respectivamente correspondientes con los dos ángulos y el lado comprendido entre ellos de otro, entonces los dos triángulos son congruentes.

Si los tres lados de un triángulo son respectivamente correspondientes con los tres lados de otro, entonces los dos triángulos son congruentes.

Resultados: análisis de la aplicación de la fase introductoria

En la aplicación de esta fase se analizaron resultados como:

1. Desarrollo de habilidades como visualización, construcción, inferencia, razonamiento lógico y sistematización de información; establecimiento de relaciones existentes, por ejemplo, relaciones entre punto, recta, planos, para determinar la congruencia y semejanza en figuras; medición de ángulos y segmentos, construcción de un segmento a partir de un segmento dado, entre otros.
2. Capacidad de argumentar de manera sólida y confiable sus ideas, fundamentados en conocimientos fiables, que fomentaron el avance en su desarrollo mental para alcanzar la madurez en su razonamiento matemático.
3. Capacidad de plantear y resolver problemas reales o teóricos, aplicando los modelos geométricos que le permitan llegar a soluciones que le ofrezcan seguridad en la toma de decisiones.
4. Apropiarse de un lenguaje y unos simbolismos propios que le permitan al estudiante comunicarse con claridad y precisión, así como manejar representaciones gráficas para comprender el mundo en que vive.

Habilidades específicas en geometría, desarrolladas por los estudiantes con discapacidad visual

Dentro del marco de las habilidades específicas por desarrollar en geometría, como visuales, verbales, de dibujo, lógicas y de aplicación, recomendadas por Zorzoli y Ubal (2001), se obtuvieron las siguientes:



Revista Academia y Virtualidad

Habilidades visuales: se refieren a la visualización, siempre se habla de una percepción con conceptualización. El desarrollo de habilidades visuales es de mayor importancia para el estudio del espacio. Las habilidades relacionadas con la visualización tienen que ver con:

- **Coordinación visomotora:** es la habilidad para coordinar la visión con el movimiento del cuerpo. Se encuentra que la visualización la realizan por medio del tacto, perciben y se desenvuelven en el espacio por medio de su cuerpo. Los movimientos son coordinados en el reconocimiento del mismo. En cada una de las actividades propuestas los estudiantes identifican por medio del tacto las diferentes figuras, sus diferencias y semejanzas, también definiciones geométricas, construcciones y representaciones de conceptos abstractos.
- **Percepción figura-fondo:** el estudiante debe identificar aquello que permanece invariable (forma, tamaño, posición). Identifica las figuras geométricas dadas, analizando diferentes formas, cambios de posición y tamaños.
- Una de las actividades que permitió observar esta habilidad fue la utilización del geoplano, donde los estudiantes construían figuras geométricas teniendo en cuenta su tamaño, posición y forma. En los rompecabezas utilizados se evidenció también la orientación espacial, estructuración espacial, coordinación visomotora, atención, razonamiento lógico espacial, percepción visual, memoria visual, percepción de figura y fondo.
- **Percepción de la posición:** el estudiante debe ser capaz de establecer relaciones entre dos objetos. Para los tópicos trabajados en la congruencia de triángulos se desarrolló esta habilidad.
- **Discriminación visual:** significa poder comparar dos imágenes muy similares y encontrar las diferencias. Como la temática se enfocaba a la congruencia de triángulos esta conceptualización se fue dando en la medida que los estudiantes comparaban figuras geométricas estudiadas. Para identificar representaciones similares. El completar y reconocer figuras de un rompecabezas hace parte del desarrollo de esta habilidad (Tangram).
- **Memoria visual:** habilidad de recordar un objeto que no permanece a la vista y relacionar o representar sus características. Los estudiantes con discapacidad visual desarrollan enormemente este tipo de habilidad, ya que para su desenvolvimiento en su entorno necesitan recordar la ubicación de los objetos para sus movimientos y desplazamientos.

Habilidades verbales (o de comunicación): estas son leer, interpretar y comunicar. Y una muy asociada a la interpretación, que es la traducción. En matemática se maneja con un lenguaje paralelo; un vocabulario específico que cuando se lee y se interpreta implica una necesaria traducción. Estas tres habilidades se pueden manifestar en forma escrita o verbal.

Para la investigación, actividades como proponer o construir un cuerpo geométrico a partir de instrucciones dadas, o a la inversa, redactar un mensaje para que otro compañero elabore o construya una figura o cuerpo determinado, socializar lo aprendido en cada fase o nivel, como lo proponen las actividades del nivel tres, permitieron el desarrollo estas habilidades.

Este tipo de actividades se llevaron a cabo constantemente, pues un canal de aprendizaje para esta población es el sentido auditivo. Adicional



Revista Academia y Virtualidad

a esto uno de los resultados obtenidos a nivel de esta habilidad fue la utilización del lenguaje en su vida cotidiana, pues aplicaban el lenguaje cuando querían contar sus experiencias, pero con términos aprendidos en las sesiones trabajadas, con esta habilidad según los estudiantes aumentó su autoestima y la valoración de las personas a sus aportes.

Habilidades de dibujo: son de tres tipos:

- Las de representación: consisten en representar figuras o cuerpos con diferentes materiales (por ejemplo, representar un paralelogramo con pitillos de distintas longitudes).
- De reproducción: a partir de modelos dados, los estudiantes deben hacer copias en iguales o distintos tamaños.
- De construcción: sobre la base de pautas o datos dados en forma oral, escrita o gráfica, obtener una figura geométrica.

En las habilidades de representación, los materiales utilizados por los estudiantes fueron de una gran variedad: figuras en Foamy, papel, materiales del entorno como lana, plastilina, granos, cordones, cauchos, entre otros. Se utilizó el geoplano, la tabla fina y la circunferencia graduada. En las de reproducción en todo momento, dados modelos, los estudiantes construían copias según las indicaciones o instrucciones dadas en las actividades. Para la de construcción, en todo momento en las diferentes actividades propuestas, seguían las indicaciones dadas para obtener una figura o concepto geométrico.

Habilidades lógicas (o “de pensamiento”): una de las habilidades es la de extraer propiedades de las figuras. Otra más complicada es analizar un razonamiento deductivo. Todos estos datos son útiles en el momento de organizar las actividades,

para saber cuáles pueden ser las limitaciones para el trabajo. Las limitaciones tienen que ver con el tipo de tarea que se le pide al estudiante, las cuales pueden ser: reconocer un cuerpo o figura, extraer propiedades del cuerpo o que establezca relaciones entre dos o más cuerpos.

Las habilidades lógicas o de pensamiento son primordiales para desarrollar en los estudiantes con discapacidad visual y de mayor interés para la investigación, debido a que los niveles tres y cuatro del modelo Van Hiele requerían adquirir o alcanzar estas destrezas. Por ejemplo, la aplicación de los teoremas para la congruencia de triángulos: si en un triángulo, dos ángulos y un lado opuesto a uno de los ángulos son congruentes con dos ángulos y el lado correspondiente de un segundo triángulo, entonces los dos triángulos son congruentes. Teorema de la hipotenusa y el ángulo: si la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y un ángulo agudo de otro triángulo rectángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.

Habilidades de Razonamiento: las habilidades de razonamiento que desarrolla son: invención, imaginación e intuición de situaciones, así como exploración y descubrimiento de conceptos, regularidades y relaciones.

Habilidades de aplicación o transferencia: son interrogación, representación, descripción y explicación; así como análisis de representaciones, las cuales son utilizadas por estudiantes que se encuentran en los niveles 1 y 2 de razonamiento geométrico. El estudiante aprende vocabulario geométrico, identifica determinadas formas dentro de un conjunto y las reproduce. El material apropiado para desarrollar estas habilidades fue el rompecabezas Tangram, usado en diferentes tipos de actividades en los niveles y fases del modelo, el



Revista Academia y Virtualidad

cual llamó considerablemente la atención de los estudiantes que en todo momento querían jugar. Sumado a lo anterior los estudiantes lograron:

- Identificar los conceptos básicos de la geometría y su manera de aplicarlos, representando gráficamente objetos tridimensionales en el plano desde diferentes posiciones y vistas.
- Identificar cuándo dos rectas son paralelas, perpendiculares u oblicuas y resolver problemas relacionados con este tipo de rectas, estableciendo las posibles relaciones con los temas anteriores.
- Identificar clases de ángulos y determinar cuándo son suplementarios o complementarios, adyacentes, describir las características y clases ángulos. Clasificar ángulos por medida, posición y operar ángulos.
- Reconocer con suficiencia y seguridad las figuras o cuerpos geométricos, especialmente triángulos, sus elementos, propiedades y formas de construcción.
- Definir el concepto de triángulo. Reconocer las diferentes clases de triángulos según sus lados y la medida de los ángulos. Aplicar el hecho de que la suma de los ángulos de todo triángulo es 180° . Identificar y construir alturas, bisectrices, mediatrices y medianas en un triángulo dado.
- Reconocer las propiedades, clases y líneas del triángulo, aplicándolas en procesos cotidianos. Resolver ejercicios y problemas sobre el triángulo y sus propiedades. Comprender los aspectos elementales del triángulo y utilidad práctica.
- Demostrar la congruencia de triángulos a través de diferentes teoremas y emplear esquemas de razonamiento deductivo.

- Reconocer triángulos congruentes y sus propiedades. Aquí los estudiantes deducen y aplican las propiedades especiales de un triángulo con ángulos de 30° , 60° y 90° . Utilizan la visualización, el razonamiento espacial y la modelación geométrica para resolver problemas.

Aprendizaje sensorial de la geometría: la aplicación de la propuesta permitió que los estudiantes en el aprendizaje de la geometría, específicamente la congruencia de triángulos, optimizaran la utilización de los canales sensitivos para analizar el tipo y calidad de información que recibían a través de los diferentes sentidos (Dick y Carey, 1999).

Interpretaciones de Instrucciones Verbales: es de vital importancia la interpretación de las instrucciones verbales para el aprendizaje de la geometría, ya que este nos permite un acercamiento crucial al lenguaje matemático del estudiante.

Al iniciar la investigación no había precisión en el lenguaje básico utilizado por los estudiantes para llamar a las figuras por su nombre correcto, ni para determinar propiedades, ni condiciones que se dan en las diferentes temáticas de la geometría.

Sin embargo, luego de las sesiones de trabajo se analiza una impresionante habilidad en los estudiantes para reestructurar sus esquemas mentales utilizando el lenguaje adecuado, apropiándose de éste y llevándolo a su cotidianidad.

Esta forma de expresión mostró un notorio cambio en la actitud de los estudiantes, pues se sentían más seguros, orgullosos y confiados en sí mismos; actitudes que identificaron sus compañeros de grado décimo, pues admiraban el lenguaje y los conocimientos adquiridos por los mismos; situación que suscitó interés en estas personas para demostrarse que pueden aprender al igual que la



Revista Academia y Virtualidad

persona con discapacidad visual. Es fundamental ser preciso en las instrucciones verbales para que se dé una conveniente interpretación.

Habilidades Auditivas y Escuchar para Aprender: lograr el más alto nivel en el proceso auditivo y la eficacia para escuchar es esencial para el desarrollo cognitivo de las personas con discapacidad visual.

En la población que hace parte del estudio estas habilidades están muy desarrolladas ya que la atención que ponen a lo que escuchan es de nivel alto y las utilizan para su aprendizaje. Se analiza una impresionante habilidad en los estudiantes para reestructurar sus esquemas mentales utilizando el lenguaje adecuado, apropiándose de este y llevándolo a su cotidianidad. La atención que los estudiantes ponen a lo que se les enseña la interiorizan con mucha precisión, por tal razón cuando no es claro algún concepto para ellos, no permiten que se continúe. Fue uno de los sentidos más relevantes para el aprendizaje de las temáticas.

Sentidos olfativos y gustativos: los estudiantes con discapacidad visual de la investigación, exploraron el ambiente mediante el olfato que proporciona cierta información que matiza y complementa a los otros sentidos. El olor puede resultar útil para distinguir materiales, obtener claves útiles para la orientación (por ejemplo, nos informa de que estamos llegando al cruce adecuado, porque huele a la pastelería de la esquina) o sentir la proximidad de personas. Por lo tanto, es preciso potenciar estos sentidos. En la investigación se le dio mucha importancia a cada uno de los sentidos utilizados por las estudiantes con discapacidad visual, así en diferentes actividades se trabajaron temáticas enfocadas a la utilización de cada sentido para aplicar lo aprendido en su vida diaria. Un ejemplo de estas actividades fue la elaboración de jabones geométricos artesanales, donde los estudiantes pusieron a prueba su sentido del olfato. Esta

actividad tuvo como objetivo propiciar espacios para el desarrollo de la creatividad, aplicando los conocimientos adquiridos en el curso de geometría y crear una cultura de futuros empresarios. La investigación quiso aportar elementos importantes para que los estudiantes no sólo mejoraran la calidad de su razonamiento matemático, sino que obtuvieran algún fruto a nivel laboral de estas sesiones de trabajo.

La actividad consistió en elaborar jabones artesanales, pero con figuras geométricas ya analizadas. Se les enseñó a fabricarlos utilizando glicerina, colorantes y fragancias, como manzana, avena y chicle, desarrollando el sentido del olfato. El nombre que se le dio a los jabones corresponde a las iniciales de los nombres de los estudiantes y el investigador YAJAF Yuldor, Jesús, Freddy y Andrea. Los estudiantes realizaron la exposición en la clausura del primer semestre del año de la Institución, donde presentaban el producto basándose en el aprendizaje conseguido en las sesiones de trabajo de la investigación.

Sentido gustativo: en cuanto al sentido gustativo las actividades propuestas se enfocaban a las representaciones de conceptos geométricos como recta, segmentos de recta, semirrecta, rayo, entre otros; los estudiantes hacían un análisis de los objetos que manipulaban y los proponían como representación de estos conceptos abstractos. Una actividad fue preparar “Pasta con Sardinias” elaborada por ellos mismos. Mientras se realizaba la actividad se relacionaba el concepto abstracto y su representación. Por ejemplo, la pasta o espagueti representaba el concepto de línea recta, que al partirlos se convertía en segmentos, entre otros. Afortunadamente la Institución contaba con las instalaciones adecuadas “Laboratorios” para desarrollar este tipo de actividades.



Aprendizaje táctil: para la investigación, el proceso de analizar esquemas estructurales simples como figuras geométricas que pueden ser representadas en distintas dimensiones, permiten obtener sucesivas impresiones táctiles y aprenden a asociar el objeto abstracto y el que está representado. Tal proceso es de vital importancia para el desarrollo del razonamiento matemático, en este caso para la aplicación del modelo Van Hiele, el estudiante identifica que las figuras geométricas pueden estar formadas por elementos y que son portadoras de ciertas propiedades.

También es fundamental el desarrollo de la capacidad para reconocer que las figuras que está manipulando son (o pueden ser) representantes de unas familias concretas. A diferencia de lo que se pueda deducir, el aprendizaje por medio del tacto que emplea la población con discapacidad visual, no se limita a empleo de los dedos y las manos. La percepción de formas, temperatura, textura y dimensiones, así como de los altos relieves y el sistema Braille en sí, implica el aprestamiento, destrezas que se potencian con el aprendizaje y la práctica de una técnica. Por eso se dice que es algo que se desarrolla cada vez más con el paso de los años. Para desarrollar esta actividad se utilizaron algunas herramientas didácticas que potenciaron la participación de los estudiantes con discapacidad visual y son el puente de interacción con los conceptos geométricos trabajados para la aplicación del modelo.

Cabe aclarar que los estudiantes que no sufren de discapacidad visual también pueden aprender con estas herramientas y por este motivo se facilita la integración de estos con los estudiantes que padecen discapacidad visual.

Conclusiones

- El Modelo Van Hiele para estudiar el razonamiento matemático en la resolución de problemas geométricos de los estudiantes con discapacidad visual, es apropiado y pertinente para este tipo de población. El modelo se aplicó sin ninguna modificación; sin embargo, se complementó con la realización de una fase introductoria antes de iniciar su aplicación, esta fase se propone al analizar la situación inicial de los estudiantes frente a la temática a trabajar. Si es necesario, como en la investigación, se debe proponer una fase adicional de conceptualización, fundamental para dar inicio a la aplicación del modelo. Los temas seleccionados aportaron a los estudiantes herramientas valiosas para su desempeño en geometría y unas bases firmes para el trabajo futuro en esta área. Además las actividades propuestas adaptadas a las características de los estudiantes con discapacidad visual fueron convenientes para la aplicación del modelo.
- Se evidencia que las habilidades por desarrollar en geometría efectivamente se consiguen en los estudiantes adultos con discapacidad visual, habilidades visuales, de dibujo y construcción, de razonamiento, de aplicación o transferencia.
- El esquema para las actividades y su implementación fue oportuno para la situación educativa de los estudiantes y sus necesidades, el desarrollo su proceso cognitivo aportando elementos apropiados de conceptualización en el área de geometría.
- La habilidad geométrica obtenida que se complementa con el razonamiento lógico para conseguir el desarrollo mental de los estudiantes, permitió desarrollar en los mismos la capacidad de inferir, justificar y organizar;



Revista Academia y Virtualidad

habilidades que pueden ser usadas en muchas situaciones no sólo académicas sino también de la vida cotidiana.

- El módulo de actividades, elaborado para esta población, fue propicio para el aprendizaje de la geometría y sus aplicaciones en la vida cotidiana. Este módulo puede ser usado por profesores que trabajen con estudiantes con discapacidad visual y que cursen a partir de sexto grado.
- Se presentó el aprendizaje de manera atractiva, propiciando un ambiente activo y participativo, dinámico, interactivo y favorable para que el aprendizaje de la clase fuese significativo. Permitted aumentar en ellos la autoestima y mejorar el auto concepto que tenían de sí mismos, como lo manifestaron explícitamente.
- A través del material adecuado a sus necesidades, se apropiaron de los conceptos y de las representaciones gráficas, llevando a cabo la construcción y el trazo de formas geométricas permitiendo relacionar la teoría con la práctica.
- Por medio de la interacción táctil y auditiva se demuestra que la falta de visión puede superarse para el aprendizaje de la geometría y que se puede dar a través de diferentes sentidos. Aprendieron significativamente las temáticas, logrando superar en gran medida las dificultades encontradas en el diagnóstico en lo referente a: manejo de conceptos geométricos; construcción de figuras geométricas tales como triángulos según sus características, cuadriláteros y demás polígonos, así como también el trazo de rectas y ángulos; reconocimiento de figuras geométricas con el entorno propiciando el desarrollo del pensamiento espacial.
- Las herramientas utilizadas como medios educativos son de fácil manejo, permitiendo que sean accesibles a cualquier establecimiento educativo, todo docente puede acceder a ellas y proponer actividades significativas para los estudiantes en el área de geometría.
- Se demuestra que la discapacidad visual no implica diferencias cognitivas o de estatus social; sencillamente configura un conjunto de necesidades técnicas e instrumentales adicionales y especiales por medio de las cuales se equiparan oportunidades para la manipulación de la información, y por ende, para el acceso al conocimiento de las matemáticas.
- Se clarifica que la inclusión configura no solo una serie de relaciones entre los sujetos de la escuela. El éxito o no de éstas depende entonces de la generación de altísimos niveles de compenetración, compromiso, dedicación, constancia tanto de los docentes o comunidad educativa, como también del estudiante, manteniendo el proceso en permanente evaluación, autoevaluación, coevaluación.



Referencias

1. Alsina, C.; et al. (1998). Invitación a la didáctica de la Geometría. 3ª reimpresión. Madrid: Editorial Síntesis.
2. Barraga, N. (1992). Desarrollo Senso-perceptivo. En ICEVH N°77. Córdoba. Argentina.
3. Clemens, S. et al. (1998). Geometría. Serie Awli (1ª. Ed.). México: Pearson Educación de México sa.
4. Dick y Carey. (1999). Los recursos materiales y personales para la atención de los alumnos y de las alumnas con Necesidades Educativas Especiales. Adaptaciones curriculares. Recuperado de <http://es.goocities.com>.
5. Echeita, G. (2005). Perspectiva y dimensiones críticas en las políticas de atención a la Diversidad. Alambique, Didáctica de las Ciencias Experimentales, 44.
6. Feuerstein, R. (1993). La teoría de la modificabilidad estructural cognitiva: un modelo de Evaluación y entrenamiento de los procesos de la inteligencia. En Beltrán y otros. Intervención psicopedagógica. Madrid: Pirámide.
7. Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1987). Estudio de las características de los niveles de Van Hiele. Psicología en Educación Matemática. 3, 131-137.
8. Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el Aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: los giros. Educación Matemática. 3(2), 49-65.
9. Sampieri, R.; Collado, C.; y Baptista, P. (1998): Metodología de la investigación. México D.F.: McGraw Hill.
10. Zorzoli, G- Mateo y Ubal. (2001). La Enseñanza de la Geometría, conferencia Sintetizada Por: Ubal, Mabel y Mateo.